

**НАУРУШЕВ БАТЫР КАБИРОВИЧ**

**Разработка параллельных манипуляторов с двумя рабочими органами**

6D071200 – Машиностроение

Диссертация на соискание ученой степени PhD доктора

Научные руководители:

д.т.н., профессор, академик НАН РК

Байгунчечков Ж.Ж.,

PhD, ассоц. профессор Нугман Е.З.,

Зарубежный научный руководитель:

Марко Чеккарелли (Италия), PhD, профессор

Республика Казахстан

Алматы, 2025 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

НОРМАТИВНЫЕ ССЫЛКИ.....	4
ОПРЕДЕЛЕНИЯ.....	5
ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ.....	6
ВВЕДЕНИЕ.....	7
1 СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ МАНИПУЛЯТОРОВ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ПОГРУЗОЧНО-РАЗГРУЗОЧНЫХ РАБОТ ПРИ ШТАМПОВОЧНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ В МАШИНОСТРОЕНИИ.....	9
1.1 Обзор современного уровня проектирования параллельных манипуляторов.....	9
2 СТРУКТУРНО-КИНЕМАТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ПЛОСКИХ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ РОБОТОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ С ДВУМЯ РАБОЧИМИ ОРГАНАМИ.....	14
2.1 Структурный синтез исполнительных механизмов манипуляционных роботов плоской параллельной структуры с двумя рабочими органами...	14
2.2 Кинематический синтез исполнительных механизмов параллельной структуры с двумя рабочими органами.....	16
2.3 Кинематический синтез антропоморфного манипулятора.....	20
2.4 Кинематический синтез вращательной кинематической пары.....	24
2.5 Кинематический синтез двухподвижного параллельного манипулятора III класса и одноподвижного параллельного манипулятора V класса с двумя рабочими органами.....	26
3 КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ МЕХАНИЗМОВ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ РОБОТОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ С ДВУМЯ РАБОЧИМИ ОРГАНАМИ...	35
3.1 Кинематический анализ двухподвижного параллельного манипулятора III класса с двумя рабочими органами.....	35
3.2 Кинематический анализ одноподвижного параллельного манипулятора V класса с двумя рабочими органами.....	46
4 КИНЕТОСТАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ ПРИВОДОВ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ РОБОТОВ С ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРОЙ С ДВУМЯ РАБОЧИМИ ОРГАНАМИ.....	68
4.1 Уравнения равновесия звеньев плоских исполнительных механизмов манипулятивных роботов параллельной структуры с двумя рабочими органами.....	68
4.2. Уравнения равновесия треугольного опорного звена с вращательными кинематическими парами.....	69
4.3 Уравнения равновесия треугольного опорного звена с вращательными кинематическими парами.....	70
4.4. Кинетостатический анализ одноподвижного параллельного манипулятора V класса с двумя рабочими органами.....	71
5. МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИЗГОТОВЛЕНИЕ 3D МОДЕЛИ.....	89

5.1 Проектирование параллельного манипулятора для автоматизации штамповки металла на кулачково-винтовом пресс.....	89
5.2 Численные примеры кинематического синтеза двухподвижного параллельного манипулятора III класса и одноподвижного параллельного манипулятора V класса с двумя рабочими органами.....	94
5.3 Проектирование параллельного манипулятора для автоматизации тигельного прессы .....	96
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	101
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	102
Приложение А.....	107

## **НОРМАТИВНЫЕ ССЫЛКИ**

В настоящей диссертации использованы ссылки на следующие стандарты:  
ГОСТ 6.38-90 - Система организационно-распорядительной документации.  
Требования к оформлению документов.  
ГОСТ 7.32-2001. Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу.  
ГОСТ 7.1-2003. Библиографическая Запись. Библиографическое Описание. Общие требования и правила составления  
ГОСТ 8.417-81 - Государственная система обеспечения единства измерений. Единицы физических величин.  
СТ РК ГОСТ Р 15.011-2005– Система разработки и постановки продукции на производство. Патентные исследования. Содержание и порядок проведения.

## ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В настоящей диссертации применяются следующие термины с соответствующими определениями:

Манипулятор – это механическое устройство, предназначенный для выполнения точных движений или операций в рабочей зоне. Манипуляторы бывают различных типов: серийные, параллельные и гибридные, и используются в робототехнике, промышленности, медицине и других областях. Основное назначение манипуляторов – перемещение, ориентация или взаимодействие с объектами.

Манипуляционный робот параллельной структуры – это робот, основанный на параллельной кинематической структуре, где подвижная платформа соединена с основанием через несколько независимых параллельных кинематических цепей.

Параллельный манипулятор – механизм с замкнутой кинематической структурой, обеспечивающий движение подвижной платформы за счёт совместной работы нескольких приводных звеньев.

Структурно-параметрический синтез – процесс разработки механизма, включающий выбор оптимальной структуры (топологии) и параметров (геометрических размеров) для достижения заданных функциональных требований.

Вращательная кинематическая пара – кинематическая пара, допускающая относительное вращательное движение звеньев вокруг одной оси.

Замкнутая кинематическая цепь – система механических звеньев, в которой каждое звено соединено с двумя или более другими звеньями, образуя замкнутую траекторию кинематических связей.

3D-принтер – это устройство для послойного создания физических объектов по цифровой модели. Принцип работы основан на аддитивных технологиях, где материал (например, пластик, металл, керамика или биоматериалы) наносится слоями, формируя конечное изделие. 3D-принтеры находят применение в производстве, медицине, строительстве, науке и других областях, благодаря способности создавать сложные и индивидуализированные конструкции.

## ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

В настоящей диссертации применяются следующие сокращения и определения:

МРПС – манипуляционный робот параллельной структуры;

ПР – промышленный робот;

ПМ – параллельный манипулятор;

СПС – структурно-кинематический синтез;

В – вращательная кинематическая пара;

ЗКЦ – замкнутая кинематическая цепь.

## ВВЕДЕНИЕ

*Общее описание работы и актуальность темы.*

Параллельные манипуляторы представляют собой значительный прогресс в машиностроении. Разработка и исследование параллельных манипуляторов вызвали значительный интерес благодаря их исключительной точности, высокой скорости и универсальности в различных промышленных применениях.

Данная работа посвящена комплексному исследованию и разработке параллельных манипуляторов с двумя рабочими органами, включая их структурную схему, кинематику и практическое применение. Сила этих механизмов заключается в их способности выполнять сложные задачи с высокой точностью и эффективностью, что делает их неотъемлемой частью современной техники.

*Цель работы:*

Целью данного исследования является разработка и исследования параллельных манипуляторов с двумя рабочими органами для одновременной или последовательной обработки материалов с высокой точностью. Работа направлена на создание решений для эффективного выполнения сложных операций перемещения заготовок между прессами при обработке материалов, таких как штамповка металла или тиснение бумаги в полиграфии, для совершенствования производственного процесса, автоматизации операций и улучшения условий труда оператора. Для достижения цели исследования необходимо решить следующие задачи:

- 1) структурно-кинематический синтез;
- 2) кинематический анализ;
- 3) кинестатический анализ;
- 4) моделирование и изготовление 3D модели в программе CAD/CAE.

*Объект исследования.*

Объект исследования – параллельный манипулятор с двумя рабочими органами.

*Научная новизна:*

В настоящее время в робототехнике наблюдается тенденция использования манипуляционных роботов параллельной структуры (МРПС), исполнительные механизмы которых имеют замкнутые кинематические цепи. МРПС обладают повышенной жесткостью, высокой грузоподъемностью и высокой точностью позиционирования. Для упрощения систем управления МРПС в диссертации предлагается наряду с приведенными законами движения рабочего органа указывать и законы движения приводов. Задание законов движения приводов МРПС, а не определение их путем решения обратной задачи кинематики, существенно упрощает систему управления. При этом элементы управления МРПС, т.е. функциональная связь законов движения рабочего органа и приводов, закладываются при определении конструкции МРПС и геометрических параметров звеньев, т.е. механической части МРПС. Такое оптимальное сочетание механики и управления МРПС соответствует современной концепции

машиностроения как методологии разработки простой, надежной и дешевой технологической автоматизации.

*Практическая ценность и реализация результатов работы.*

Практическая значимость работы заключается в создании параллельных манипуляторов с большей грузоподъемностью, большей точностью и простой системой управления, за счет простой схемы исполнительного механизма, что позволяет создать надежные и дешевые технологии автоматизации. Поэтому данные исследования применимы к различным отраслям машиностроения.

*Обоснованность научных правил, выводов и точность результатов:*

Результаты диссертационной работы проверены путем сравнения, численных измерений и 3D-моделирования, которые представлены в виде рисунков из программ Fusion 360, Ansys, SolidWorks, таблиц и графиков.

Текст программы, написанной на языке программирования VBA в Excel, находится в приложении.

*Надежность работы и публикации.*

Результаты исследований публиковались в журналах, входящих в базы данных Scopus и Web of Science, в материалах международных конференций, а также в статьях отечественных журналов и патентных журналов.

*Структура и объем работы.*

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, библиографии и приложений. Общий объем работы составляет \_\_\_\_\_ страниц, \_\_\_\_\_ рисунок и \_\_\_\_\_ таблиц, включает \_\_\_\_\_ литературных источников.

# **1 СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ МАНИПУЛЯТОРОВ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ПОГРУЗОЧНО-РАЗГРУЗОЧНЫХ РАБОТ ПРИ ШТАМПОВОЧНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ В МАШИНОСТРОЕНИИ**

## **1.1 Обзор современного уровня проектирования параллельных манипуляторов**

Параллельные манипуляторы обладают большой грузоподъемностью, высокой точностью позиционирования, скоростью, жесткостью. Тем не менее, после десятилетия разработки, их промышленное внедрение по-прежнему ограничено по сравнению с серийными промышленными роботами. Необходимо понимание функциональных и технологических характеристик параллельных манипуляторов, а также как они применяются при решении задач механической обработки в машиностроении.

Цифровая трансформация производства требует более высокой производительности, гибкости и надежности. Хотя цифровая революция представила компьютерное зрение, искусственный интеллект и вообще новое программное обеспечение, датчики, и системы управления для значительного улучшения производственных операций, верхняя граница производительности устанавливается оборудованием. Таким образом, производители постоянно ищут лучшие технологии, используя станки и дополнительные механизмы для обеспечения инновации [1,2]. Станки – это машины, которые формируют детали из металла или других твердых материалов с помощью таких операций, как фрезерование, сверление, растачивание, резка и шлифование. Станок вообще включает в себя приспособления, удерживающие заготовку, инструмент, используемый для производственной операции и механизм, который направляет инструмент по заранее заданной траектории пути; дополнительные механизмы могут выполнять сборку готового изделия.

Обычные промышленные роботы характеризуются последовательной кинематической схемой, но параллельные механизмы могут обеспечить существенное увеличение кинематических и динамических характеристик, особенно с точки зрения жесткости, скорости и повторяемости [3–5]. В то время как в последовательной архитектуре рабочий орган прикреплен к неподвижному основанию машины посредством последовательности жестких частей, соединенных приводными шарнирами (т. е. линейными или вращательными двигателями), параллельная машина Инструмент снабжен множеством последовательных цепей (обычно называемых ветвями параллельного механизма), состоящих как из приводимых в действие, так и из пассивных шарниров, соединяющих инструменты с основанием [6]. Такое расположение дает параллельным станкам два ключевых преимущества.

Кинематическая архитектура с замкнутым контуром позволяет распределять полезную нагрузку, которая приложена на рабочем органе между цепями, что приводит к более высокой производительности. Кроме того, поскольку ошибки срабатывания и смещения конечностей распространяются в

последовательных архитектурах, то замкнутая кинематика параллельного механизма приводит к уменьшению и частичной компенсацией этих ошибок.

Конечности обычно содержат по одному двигателю, остальные звенья пассивны. Поскольку моторы являются одними из самых тяжелых компонентов механизма, их можно удобно разместить у основания каждой конечности. или как можно ближе к основанию, что приводит к меньшей движущейся массе и, следовательно, к лучшим инерционным и динамическим показателям.

Поэтому параллельные механизмы представляют особый интерес для обрабатывающей промышленности, поскольку они могут улучшить ключевые аспекты производительности станков. Тем не менее, интенсивные исследования параллельных механизмов за последние три десятилетия не нашли отражения в промышленном внедрении: лишь ограниченное количество параллельных станков добилось успеха в обрабатывающей промышленности, где последовательные механизмы по-прежнему значительно более популярны.

С 1990 по 2022 год популярность параллельных устройств начала расти с 1990-е годы и достигли пика в конце 2000-х годов. За последнее десятилетие ситуация выровнялась, оставаясь примерно на одном уровне на протяжении многих лет. Сравнение наиболее цитируемых статей из SCOPUS и Web of Science представлены новые кинематические архитектуры, в том числе NIST Robocrane [7], Orthoglide [8] и Exechon [9]. Другими популярными темами среди наиболее цитируемых работ являются калибровка, динамического моделирования и оптимизация конструкции.

По результатам поиска литературы была составлена библиография. Этот отбор проводился в соответствии с руководящими принципами и передовой практикой описательных обзоров, как описано в источниках. [10,11]. Обратное и прямое отслеживание цитирования (т. е. поиск статей, которые цитировались или были цитированы в результатах поиска) использовалось для уточнения результатов поиска, а также добавлены дополнительные исследования в смежных областях на основе личных знаний.

Взгляд на сферу робототехники в ее нынешнем виде показывает, что конструкция приводов роботов или манипуляторов представляет собой в первую очередь антропоморфную (в форме руки) конструкцию [12–18]. Большие изгибные деформации и непредсказуемые режимы приводных движений испытывают антропоморфные манипуляторы с незамкнутыми кинематическими схемами, что существенно снижает их эффективность. Манипуляционные роботы с параллельными структурами (МРПС), механизмы которых имеют замкнутые кинематические цепи, сегодня получают все большее распространение в робототехнике [19–25]. Высокая точность позиционирования, повышенная жесткость, высокая скорость и грузоподъемность — все это характеристики МРПС.

Современные подходы к проектированию МРПС, по существу, заключаются в решении обратной задачи кинематики, выяснении законов движения приводов, создании сложных и дорогостоящих систем и приводов управления. Для упрощения систем управления МРПС мы предложили задавать законы движения приводов дополнительно к заданным законам движения

рабочего органа. Динамика и система управления значительно усовершенствованы и упрощены за счет задания законов движения приводов МРПС, а не за счет их установления путем решения обратной задачи кинематики. Выходной объект параллельного манипулятора перемещается в соответствии с установленными законами движения, придавая ему характеристики робота-манипулятора и характеристики механизма.

МРПС оперируют конкретными конструктивными схемами исполнительных механизмов (манипуляторов) и геометрическими характеристиками их звеньев, одновременно задавая законы движения рабочих органов и приводов. Идеальные конструктивные схемы и геометрические параметры их связей получены с использованием предложенного нами структурно-кинематического синтеза методов МРПС [26-39] на основе приведенных законов движения рабочих органов и приводов. При проектировании структуры МРПС и геометрических параметров звеньев, т.е. механической части МРПС, закладывается функциональная связь между законами движения рабочего органа и приводами. Оптимальная комбинация механики и управления МРПС относится к современной концепции мехатроники как методологии разработки простой, надежной и недорогой автоматизации процессов. Благодаря своему успешному применению параллельные механизмы привлекли внимание обрабатывающей промышленности согласно своим высоким динамическим характеристикам [40] и высокому соотношению жесткости к весу [41].

Параллельные манипуляторы с меньшей подвижностью имеют простую механическую конструкцию и требуют меньшего количества приводов, что обеспечивает более простое управление и низкую стоимость проектирования и производства. Многие исследователи пытались улучшить маломобильные параллельные манипуляторы, находя и оптимизируя новые архитектуры. Наиболее распространенные параллельные манипуляторы имеют либо три чистые поступательные степени свободы (3T), которые исследовали Шаблат [42], Лю [43], Карригато [44], Цай [45], Цзинь [46], Конг [47] и и т. д., или три чисто вращательных степени свободы (3R), которые изучали Конг [48], Ди Грегорио [49], Хесс-Коэльо [50], Лю [51] и т. д. Некоторые другие параллельные механизмы с меньшей подвижностью, такие как как параллельные механизмы 3T-1R и 3T-2R, также обсуждались и создавались [52–55]. Чтобы разработать параллельные манипуляторы, отвечающие кинематическим требованиям, несколько исследователей сосредоточились на анализе степени свободы и синтезе типов параллельных механизмов.

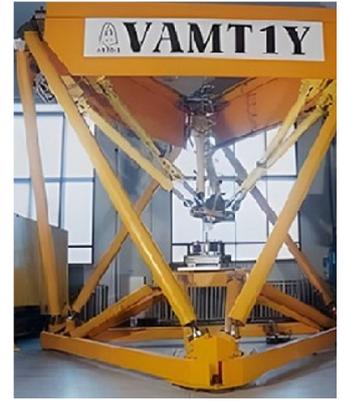
Прогресс станков и параллельных роботов в начале 2000-х годов вдохновили многие исследовательские институты на разработку новых проектов. Некоторыми примерами являются: станки 6X разработки Микромата в Германии — на рисунке 1 а [56,57]; параллельная машина Hexaglide, разработан Швейцарским федеральным технологическим институтом (ETH) в Цюрихе, полученный путем кинематической инверсии платформы GS и показанный на рис. 1 б [58, 59]; параллельный станок VAMT1Y, разработанный Университет Цинхуа и Университет Тяньцзинь, показанные на рис. 1 в [2];



а



б



в

а) Micromat, б) Hexaglide, в) VAMT1Y

Рисунок 1 – Станки с параллельной конструкцией, разработанные в университетах

Имеются роботы параллельной структуры, построенные на базе шестигранника Fanuc F200iB Манчестерского университета [60] и разработанный на его основе коммерческий параллельный робот. Дальнейшие варианты платформы GS были разработаны в Ноттингемском университете путем разблокировки нижних ограничения конечностей, что приводит к созданию реконфигурируемых, портативных и мобильных обрабатывающие роботы для атомной и аэрокосмической промышленности [61–63].

Успех параллельных манипуляторов заключается в высоких показателях жесткости конструкции и ее способности выдерживать высокую полезную нагрузку. Однако параллельная схема механизма имеет ограничения, что соответственно понижает область применения: их рабочее пространство обычно невелико по сравнению с их размером, при этом значительные ограничения, особенно в отношении ориентации в рабочем пространстве связаны со сферическими соединениями, которые сложно спроектировать и изготовить с хорошей точностью, что понижает полезную нагрузку, и препятствует высокоточному управлению. Наконец, 6 степеней свободы полностью параллельного манипулятора являются избыточными для задач механической обработки (поскольку они требуют максимум 5 степеней свободы), поэтому сложность моделирования, калибровки, и контроль выполняются без очевидной выгоды.

В промышленности существуют технологические процессы, требующие одновременного или последовательного выполнения нескольких операций, например штамповка металла с погрузочно-разгрузочными операциями обрабатываемой заготовки. Манипуляционные роботы, имеющие несколько рабочих органов, рекомендуются для одновременного или последовательного выполнения многих операций.

В данной работе изложены методы структурно-параметрического синтеза, кинематического и кинетостатического анализа параллельных манипуляторов с двумя рабочими органами, и их применение в штамповочном производстве.

## 2 СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ МАНИПУЛЯТОРОВ С ДВУМЯ РАБОЧИМИ ОРГАНАМИ

### 2.1 Структурный синтез параллельных манипуляторов с двумя рабочими органами

Для реализации заданных законов движения рабочих органов (РО)  $P_1$  и  $P_2$  проектируется исполнительный механизм манипуляционного робота плоской параллельной структуры (ИМ МРПС) на базе двух промышленных роботов антропоморфной конструкции  $ABP_1$  и  $CDP_2$ .

$$X_{P_1} = X_{P_1}(t), Y_{P_1} = Y_{P_1}(t) \quad (2.1)$$

и

$$X_{P_2} = X_{P_2}(t), Y_{P_2} = Y_{P_2}(t) \quad (2.2)$$

или  $N$  дискретные положения:

$$X_{P_{1i}} = X_{P_1}(t_i), Y_{P_{1i}} = Y_{P_1}(t_i), (i = 1, 2, \dots, N) \quad (2.3)$$

и

$$X_{P_{2i}} = X_{P_2}(t_i), Y_{P_{2i}} = Y_{P_2}(t_i). \quad (1.4)$$

Манипуляторы антропоморфной схемы  $ABP_1$  и  $CDP_2$  имеют степень подвижности равную двум каждая, подсчитана она была с помощью формулы Чебышева:

$$W = 3n - 2p_5, \quad (1.5)$$

где  $n = 2$ ,  $p_5 = 2$ .

Приводим конструкцию манипуляторов к замкнутой схеме с помощью добавления вращательных кинематических пар и рычажных звеньев, например если соединить звенья 2 и 4 между собой с помощью звена  $EF$  вида **ВВ**, где буквой **В** обозначается вращательная кинематическая пара, которая наносит ограничение на одну степень подвижности, что приводит общую степень механизма равную трем, т.к. получили шестизвенный механизм  $ABEFDC$  как показано на рисунке 2.

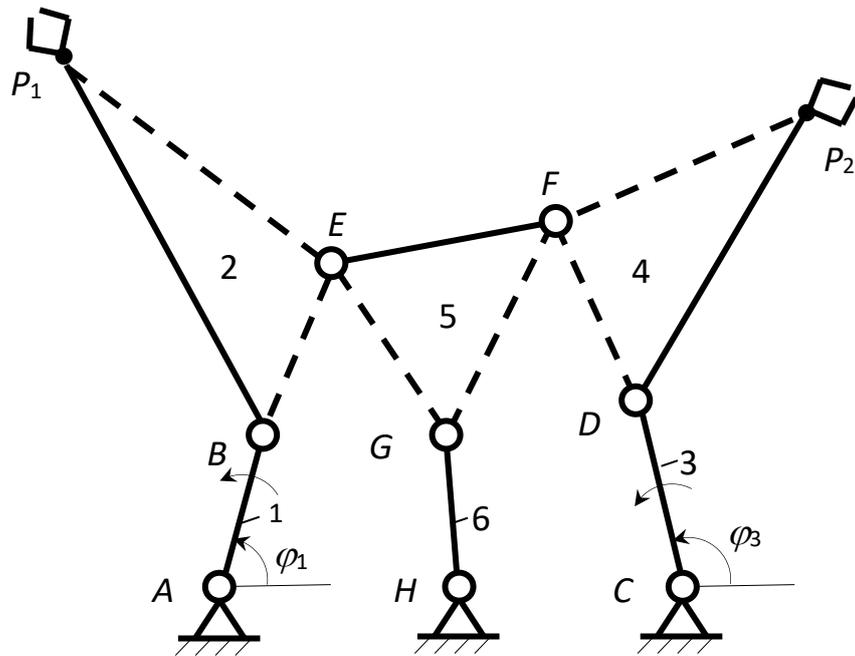


Рисунок 2 - ПМ III класса с двумя схватами и двумя приводами

Аналогично повторяя действие по добавлению звена  $GH$  вида ВВ к имеющемуся шестизвенному механизму, то получим уже механизм с двумя степенями подвижности III-го класса согласно классификации по Ассурю, из-за соединения звена  $EF$  со стойкой в соответствии с рисунком 2, а структурная формула будет иметь вид:

$$I(1) \rightarrow III(2,5,6,4) \leftarrow I(3). \quad (1.6)$$

Продолжая процесс структурного построения механизма с помощью добавления звена  $IK$  вида ВВ к 6 и 3 звену, тем самым соединив их в один механизм V класса с одной степенью подвижности согласно рисунку 3, описанный структурной формулой:

$$I(1) \rightarrow V(2,3,4,5,6,7), \quad (1.7)$$

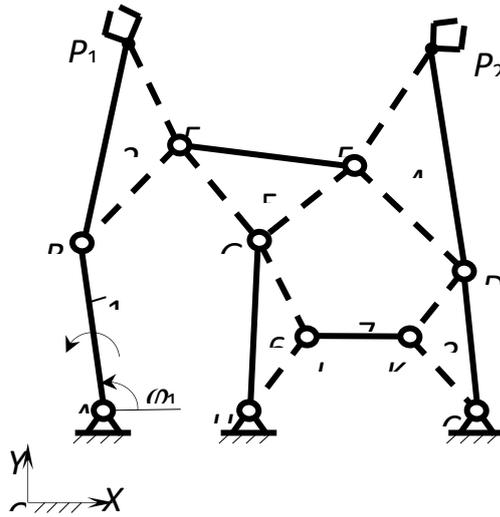


Рисунок 3 – Параллельный манипулятор V класса с двумя РО и одной степенью подвижности

полученный механизм выполняет требуемые законы движения рабочих органов  $P_1$  и  $P_2$  от действия одного входного звена, работа которого задается законом движения.

## 2.2 Кинематический синтез исполнительных механизмов параллельной структуры с двумя рабочими органами

Кинематический синтез составных частей плоского механизма параллельной структуры с двумя рабочими органами осуществляется при решении задачи о совместном движении двух плоскостей с помощью звена вида ВВ. Постановка задачи выглядит следующим образом, пусть заданы дискретные положения  $X_{Ai}, Y_{Ai}, \psi_i$  и  $X_{Di}, Y_{Di}, \psi_i$ , ( $i=1, 2, \dots, N$ ) двух подвижных плоскостей  $Ox_iy_i$  и  $Ox_iy_i$  относительно неподвижной системы координат  $OXY$  для определения параметров синтеза подвижного звена  $BC$  с двумя вращательными кинематическими парами согласно рисунку 4.

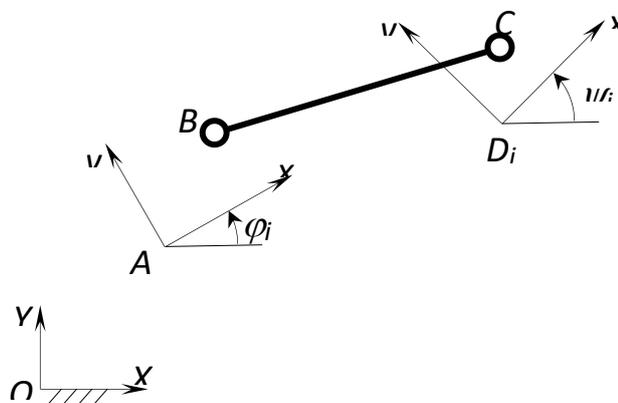


Рисунок 4 – Подвижное звено  $BC$  с двумя вращательными парами

Результатом синтеза подвижного звена  $BC$  с вращательными парами, являются координаты  $x_B, y_B$  и  $x_C, y_C$  шарниров  $B$  и  $C$  соответственно в системах координат в подвижных плоскостях  $Axy$  и  $Dxy$  и длина  $l_{BC}$  бинарного звена  $BC$ .

При движении плоскости  $Dxy$  относительно плоскости  $Axy$  шарнир  $C$  с координатами  $x_C, y_C$  движется по дуге окружности с радиусом  $l_{BC}$  между ними и центром в шарнире  $B$  с координатами  $x_B, y_B$ .

Выведем формулу для взвешенной разности в виде:

$$\Delta q_i = (x_{C_i} - x_B)^2 + (y_{C_i} - y_B)^2 - l_{BC}^2, \quad (1.8)$$

где

$$\begin{bmatrix} x_{C_i} \\ y_{C_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_i & \sin \varphi_i \\ -\sin \varphi_i & \cos \varphi_i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_{C_i} - X_{A_i} \\ Y_{C_i} - Y_{A_i} \end{bmatrix}, \quad (1.9)$$

$$\begin{bmatrix} X_{C_i} \\ Y_{C_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{D_i} \\ Y_{D_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \psi_i & -\sin \psi_i \\ \sin \psi_i & \cos \psi_i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_C \\ y_C \end{bmatrix}. \quad (1.10)$$

Координаты шарнира  $C$  в системах координат  $Axy$  и  $OXY$  будут иметь следующие обозначения  $x_{C_i}, y_{C_i}$  и  $X_{C_i}, Y_{C_i}$  соответственно.

Приводим взвешенную разность (1.12) к полиному:

$$\begin{aligned} \Delta q_i = & 2[p_1 f_{1i} + p_2 f_{2i} + p_3 f_3 + p_4 f_{4i} + p_5 f_{5i} + \\ & + (p_1 p_4 + p_2 p_5) f_{6i} + (p_1 p_5 - p_2 p_4) f_{7i} - F_i], \end{aligned} \quad (1.11)$$

где:

$$p_1 = x_B, p_2 = y_B, p_3 = \frac{1}{2}(x_B^2 + y_B^2 + x_C^2 + y_C^2 - l_{BC}^2), p_4 = x_C, p_5 = y_C,$$

$$f_{1i} = -(X_{D_i} - X_{A_i}) \cos \varphi_i - (Y_{D_i} - Y_{A_i}) \sin \varphi_i,$$

$$f_{2i} = (X_{D_i} - X_{A_i}) \sin \varphi_i - (Y_{D_i} - Y_{A_i}) \cos \varphi_i, f_3 = 1,$$

$$f_{4i} = (X_{D_i} - X_{A_i}) \cos \psi_i - (Y_{D_i} - Y_{A_i}) \sin \psi_i,$$

$$f_{5i} = -(X_{D_i} - X_{A_i}) \sin \psi_i + (Y_{D_i} - Y_{A_i}) \cos \psi_i,$$

$$f_{6i} = -\cos(\psi_i - \varphi_i), f_{7i} = \sin(\psi_i - \varphi_i),$$

$$F_i = -\frac{1}{2}[(X_{Di} - X_{Ai})^2 + (Y_{Di} - Y_{Ai})^2].$$

С другой стороны функция взвешенной разности (1.12), имеет вид двух обобщенных полиномов являясь при этом функцией от пяти параметров  $x_B, y_B, x_C, y_C, l_{BC}$ :

$$\Delta q_i^{(1)} = 2(p_1 g_{1i} + p_2 g_{2i} + p_3 g_3 - g'_i), \quad (1.12)$$

$$\Delta q_i^{(1)} = 2(p_4 g_{4i} + p_5 g_{5i} + p_3 g_3 - g''_i), \quad (1.13)$$

где:

$$g_{ki} = \frac{\partial \Delta q_i}{\partial p_k}, \quad (k=1,2,\dots,5), \quad (1.14)$$

$$g'_i = -\left(\Delta q_i - \frac{\partial \Delta q_i}{\partial p_{1,2,3}}\right), \quad (1.15)$$

$$g''_i = -\left(\Delta q_i - \frac{\partial \Delta q_i}{\partial p_{4,5,3}}\right). \quad (1.16)$$

Для каждой взвешенной разности (1.12) и (1.13)  $\Delta q_i^{(j)}$ , ( $j = 1,2$ ) составляются суммы:

$$S_j = \sum_{i=1}^N (\Delta q_i^{(j)})^2, \quad (1.17)$$

условия стационарности:

$$\frac{\partial S_j}{\partial p_k} = 0, \quad (k = 1,2) \quad (1.18)$$

получим две системы линейных уравнений.

Запишем первую систему линейных уравнений, соответствующие условиям стационарности:

$$\frac{\partial S_1}{\partial p_1} = 0, \frac{\partial S_1}{\partial p_2} = 0, \frac{\partial S_1}{\partial p_3} = 0, \quad (1.19)$$

имеет вид:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N g_{1i}^2 & \sum_{i=1}^N g_{1i}g_{2i} & \sum_{i=1}^N g_{1i} \\ \sum_{i=1}^N g_{1i}g_{2i} & \sum_{i=1}^N g_{2i}^2 & \sum_{i=1}^N g_{2i} \\ \sum_{i=1}^N g_{1i} & \sum_{i=1}^N g_{2i}h & N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N g_{1i}g'_i \\ \sum_{i=1}^N g_{2i}g'_i \\ \sum_{i=1}^N g'_i \end{bmatrix}. \quad (1.20)$$

Находим неизвестные параметры  $p_1, p_2, p_3$  системы (1.20) из условий соотношений при  $|D_1| \neq 0$ :

$$p_1 = \frac{|D_{1p_1}|}{|D_1|}, \quad p_2 = \frac{|D_{1p_2}|}{|D_1|}, \quad p_3 = \frac{|D_{1p_3}|}{|D_1|}, \quad (1.21)$$

где  $|D_1|, |D_{1p_1}|, |D_{1p_2}|, |D_{1p_3}|$  - определители третьего порядка находим по правилу Крамера.

Неизвестные параметры синтеза  $p_1, p_2, p_3$  примут вид:

$$x_B = p_1, \quad y_B = p_2, \quad l_{BC} = (x_C^2 + y_C^2 + x_B^2 + y_B^2 - 2p_3)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.22)$$

Запишем вторую систему линейных уравнений из условий стационарности для определения неизвестных параметров  $p_4, p_5, p_3$ :

$$\frac{\partial S_2}{\partial p_4} = 0, \frac{\partial S_2}{\partial p_5} = 0, \frac{\partial S_2}{\partial p_3} = 0, \quad (1.23)$$

имеет вид:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N g_{4i} & \sum_{i=1}^N g_{4i}g_{5i} & \sum_{i=1}^N g_{4i} \\ \sum_{i=1}^N g_{4i}g_{5i} & \sum_{i=1}^N g_{5i}^2 & \sum_{i=1}^N g_{5i} \\ \sum_{i=1}^N g_{4i} & \sum_{i=1}^N g_{5i} & N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_4 \\ p_5 \\ p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N g_{4i}g''_i \\ \sum_{i=1}^N g_{5i}g''_i \\ \sum_{i=1}^N g''_i \end{bmatrix}. \quad (1.24)$$

Найдем неизвестные коэффициенты системы (1.21) по правилу Крамера при  $|D_2| \neq 0$ :

$$p_4 = \frac{|D_2 p_1|}{|D_2|}, p_5 = \frac{|D_2 p_5|}{|D_2|}, p_3 = \frac{|D_2 p_3|}{|D_2|}, \quad (1.25)$$

получим неизвестные параметры синтеза:

$$x_C = p_4, y_C = p_5, l_{BC} = (x_C^2 + y_C^2 + x_B^2 + y_B^2 - 2p_3)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.26)$$

В итоге, для нахождения неизвестных значений синтеза подвижного звена вида с вращательными кинематическим парама для соединения движения двух подвижных плоскостей, применяется итерационный процесс, каждый  $k$ -ый цикл осуществляется по следующему алгоритму:

1. Считаем известным  $(k-1)$ -ое приближение параметров  $x_C^{(k-1)}$ ,  $y_C^{(k-1)}$  для взвешенной разности  $\Delta q_i^{(1)}$  вычисляются функции  $g_{1i}, g_{2i}, g_i'$  по соотношениям (1.14)-(1.16). Из системы линейных уравнений (1.24) при  $|D_1| \neq 0$  находятся неизвестные коэффициенты  $p_1, p_2, p_3$ , которые, согласно выражениям (1.26), определяют параметры  $x_B^{(k)}, y_B^{(k)}, l_{BC}^{(k)}$ .

2. По значениям параметров  $x_B^{(k)}, y_B^{(k)}$  вычисляются функции  $g_{4i}, g_{5i}, g_i''$ , которые определяют систему линейных уравнений (1.25) для нахождения неизвестных коэффициентов  $p_4, p_5, p_3$ . По найденным коэффициентам  $p_4, p_5, p_3$  из соотношений (1.26) определяются параметры  $x_B^{(k)}, y_B^{(k)}, l_{BC}^{(k+1)}$ .

Итерационный процесс завершается, когда выполнится условие:

$$\left| l_{BC}^{(k+1)} - l_{BC}^{(k)} \right| \leq \varepsilon, \quad (1.27)$$

где  $\varepsilon$  - заданная точность вычислений.

### 2.3 Кинематический синтез антропоморфного манипулятора

Заданы законы движения:

$$X_{P_1} = X_{P_1}(t), Y_{P_1} = Y_{P_1}(t) \quad (1.28)$$

или  $N$  дискретные положения:

$$X_{P_{1i}} = X_{P_1}(t_i), Y_{P_{1i}} = Y_{P_1}(t_i) \quad (1.29)$$

рабочей точки (схвата)  $P_1$  и задан закон движения:

$$\varphi_1 = \varphi_1(t) \quad (1.30)$$

или  $N$  дискретные положения:

$$\varphi_{1i} = \varphi_1(t_i) \quad (1.31)$$

входного звена  $l$  антропоморфного манипулятора  $ABP_1$  в абсолютной системе координат  $OXY$  (рисунок 5).

Параметрами синтеза антропоморфного манипулятора  $ABP_1$  являются координаты  $x_B^{(1)}$  и  $y_B^{(1)}$  шарнира  $B$  в системе координат  $Ax_1y_1$ , жестко связанной с входным звеном 1, длина  $l_{BP_1}$  звена 2, координаты  $X_A$  и  $Y_A$  шарнира  $A$  в абсолютной системе координат  $OXY$ .

Если рассмотреть движение точки  $P_1$  относительно системы координат  $Ax_1y_1$ , то она движется по дуге окружности с центром в точке  $B$  и радиусом  $l_{BP_1}$ . Тогда в качестве взвешенной разности можно принять функцию:

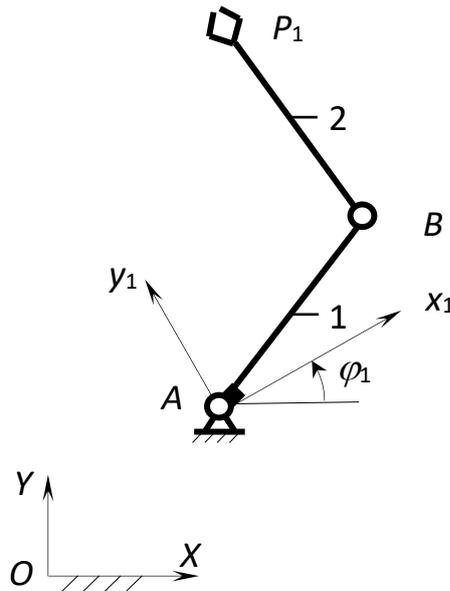


Рисунок 5 - Антропоморфный манипулятор  $ABP_1$

$$\Delta q_i = \left( x_{P_{1i}}^{(1)} - x_B^{(1)} \right)^2 + \left( y_{P_{1i}}^{(1)} - y_B^{(1)} \right)^2 - l_{BP_1}^2, \quad (1.32)$$

где координаты  $x_B^{(1)}$  и  $y_B^{(1)}$  точки  $P_1$  в системе координат  $Ax_1y_1$  определяются выражением:

$$\begin{bmatrix} x_{P_{1i}}^{(1)} \\ y_{P_{1i}}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{1i} & \sin \varphi_{1i} \\ -\sin \varphi_{1i} & \cos \varphi_{1i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_{P_{1i}} - X_A \\ Y_{P_{1i}} - Y_A \end{bmatrix}. \quad (1.33)$$

Взвешенная разность (1.32) с учетом (1.33) представляется в виде обобщенного полинома:

$$\begin{aligned} \Delta q_i = & 2[p_1 f_{1i} + p_2 f_{2i} + p_3 f_3 + p_4 f_{4i} + p_5 f_{5i} + \\ & + (p_1 p_4 + p_2 p_5) f_{6i} + (p_1 p_5 - p_2 p_4) f_{7i} - F_i], \end{aligned} \quad (1.34)$$

где

$$p_1 = x_B^{(1)}, p_2 = y_B^{(1)}, p_3 = \frac{1}{2} \left( x_B^{(1)2} + y_B^{(1)2} + X_A^2 + Y_A^2 - l_{BP_1}^2 \right),$$

$$p_4 = X_A, p_5 = Y_A, f_{1i} = -X_{P_{1i}} \cos \varphi_{1i} - Y_{P_{1i}} \sin \varphi_{1i},$$

$$f_{2i} = X_{P_{1i}} \sin \varphi_{1i} - Y_{P_{1i}} \cos \varphi_{1i}, f_3 = 1, f_{4i} = -X_{P_{1i}},$$

$$f_{5i} = -Y_{P_{1i}}, f_{6i} = \cos \varphi_{1i}, f_{7i} = \sin \varphi_{1i}, F_i = -\frac{1}{2} \left( X_{P_{1i}}^2 + Y_{P_{1i}}^2 \right).$$

В то же время взвешенная разность (1.32), являясь функцией от пяти параметров  $x_B^{(1)}, y_B^{(1)}, X_A, Y_A, l_{BP_1}$ , может быть представлена в виде следующих двух обобщенных полиномов:

$$\Delta q_i^{(1)} = 2(p_1 g_{1i} + p_2 g_{2i} + p_3 g_3 - g_i'), \quad (1.35)$$

$$\Delta q_i^{(2)} = 2(p_4 g_{4i} + p_5 g_{5i} + p_3 g_3 - g_i''), \quad (1.36)$$

где

$$g_{ki} = \frac{\partial \Delta q_i}{\partial p_k}, \quad (k = 1, 2, \dots, 5), \quad g_i' = - \left( \Delta q_i - \frac{\partial \Delta q_i}{\partial p_{1,2,3}} \right),$$

$$g_i'' = - \left( \Delta q_i - \frac{\partial \Delta q_i}{\partial p_{4,5,3}} \right). \quad (1.37)$$

Для каждой взвешенной разности (1.35) и (1.36)  $\Delta q_i^{(j)}$ , ( $j = 1, 2$ ) составляются суммы:

$$S_j = \sum_{i=1}^N \left[ \Delta q_i^{(j)} \right]^2, \quad (1.38)$$

условия стационарности

$$\frac{\partial S_j}{\partial p_k} = 0, (k = 1, 2, \dots, 5) \quad (1.39)$$

которых приводят к двум системам линейных уравнений.

Первая система линейных уравнений, соответствующая условиям стационарности:

$$\frac{\partial S_1}{\partial p_1} = 0, \frac{\partial S_1}{\partial p_2} = 0, \frac{\partial S_1}{\partial p_3} = 0, \quad (1.40)$$

имеет вид:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N g_{1i}^2 & \sum_{i=1}^N g_{1i}g_{2i} & \sum_{i=1}^N g_{1i} \\ \sum_{i=1}^N g_{1i}g_{2i} & \sum_{i=1}^N g_{2i}^2 & \sum_{i=1}^N g_{2i} \\ \sum_{i=1}^N g_{1i} & \sum_{i=1}^N g_{2i} & N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N g_{1i}g_i' \\ \sum_{i=1}^N g_{1i}g_i' \\ \sum_{i=1}^N g_i' \end{bmatrix}. \quad (1.41)$$

После нахождения коэффициентов  $p_1, p_2, p_3$  из системы (1.41) параметры синтеза антропоморфного манипулятора  $ABP_1$  определяются выражениями:

$$x_B^{(1)} = p_1, y_B^{(1)} = p_2, l_{BP_1} = \left( x_B^{(1)2} + y_B^{(1)2} + X_A^2 + Y_A^2 - 2p_3 \right). \quad (1.42)$$

Вторая система линейных уравнений для определения следующей тройки неизвестных коэффициентов  $p_4, p_5, p_3$ , составленная из условий стационарности:

$$\frac{\partial S_2}{\partial p_4} = 0, \frac{\partial S_2}{\partial p_5} = 0, \frac{\partial S_2}{\partial p_3} = 0, \quad (1.43)$$

принимает вид:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N g_{4i}^2 & \sum_{i=1}^N g_{4i}g_{5i} & \sum_{i=1}^N g_{4i} \\ \sum_{i=1}^N g_{4i}g_{5i} & \sum_{i=1}^N g_{5i}^2 & \sum_{i=1}^N g_{5i} \\ \sum_{i=1}^N g_{4i} & \sum_{i=1}^N g_{5i} & N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_4 \\ p_5 \\ p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N g_{4i}g_i'' \\ \sum_{i=1}^N g_{5i}g_i'' \\ \sum_{i=1}^N g_i'' \end{bmatrix}. \quad (1.44)$$

Вычисленные неизвестные коэффициенты системы (1.44) определяют искомые параметры синтеза:

$$X_A = p_4, Y_A = p_5, l_{BP_1} = \left( x_B^{(1)2} + y_B^{(1)2} + X_A^2 + Y_A^2 - 2p_3 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.45)$$

Таким образом, для определения искомых параметров синтеза антропоморфного манипулятора  $ABP_1$  строится следующий алгоритм кинематической инверсии, аналогичный вышеприведенному алгоритму кинематического синтеза бинарного звена вида **ВВ**:

1) Считая известным  $(k-1)$ -ое приближение параметров  $X_A^{(k-1)}, Y_A^{(k-1)}$ , для взвешенной разности  $\Delta q_i^{(j)}$  вычисляются функции  $g_{1i}, g_{2i}, g_i'$  по соотношениям (1.10). Из системы линейных уравнений (1.14) находятся неизвестные коэффициенты  $p_1, p_2, p_3$ , которые согласно выражениям (1.15) определяют параметры  $x_B^{(1)(k)}, y_B^{(1)(k)}, l_{BP_1}^{(k)}$ .

2) По значениям параметров  $x_B^{(1)(k)}, y_B^{(1)(k)}$  вычисляются функции  $g_{4i}, g_{5i}, g_i''$ , которые определяют систему линейных уравнений (1.17). По найденным коэффициентам  $p_4, p_5, p_3$  из соотношений (1.18) определяются параметры синтеза  $X_A^k, Y_A^k, l_{BP_1}^{(k)}$ .

Итерационный процесс завершается, когда выполнится условие

$$\left| l_{BP_1}^{(k+1)} - l_{BP_1}^{(k)} \right| \leq \varepsilon, \quad (1.46)$$

где  $\varepsilon$  - заданная точность вычислений.

## 2.4 Кинематический синтез вращательной кинематической пары

Задачу о синтезе вращательной кинематической пары  $C$ , соединяющей две подвижные системы координат  $Ax_1y_1$  и  $Bx_2y_2$  (рисунок 6), можно рассматривать как задачу о синтезе бинарного звена вида **ВВ**, когда один из его шарниров совпадает с началом подвижной системы координат.

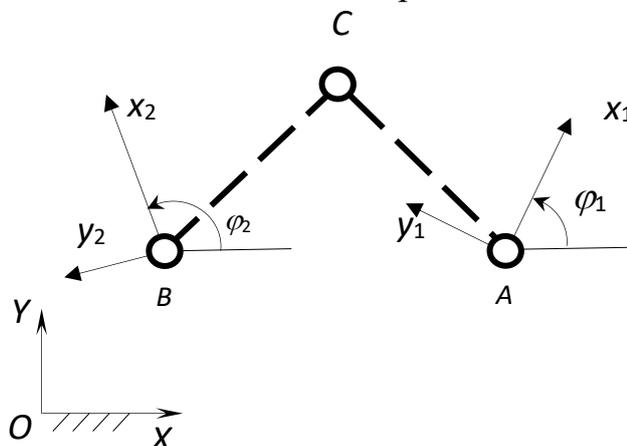


Рисунок 6 - Вращательная кинематическая пара  $C$

Параметрами синтеза вращательной кинематической пары  $C$  являются координаты  $x_C^{(1)}$ ,  $y_C^{(1)}$  шарнира  $C$  в системе координат  $Ax_1y_1$  и расстояние  $l_{CB}$  между шарнирами  $C$  и  $B$ .

Составим взвешенную разность:

$$\Delta q_i = \left(x_{Bi} - x_C^{(1)}\right)^2 + \left(y_{Bi} - y_C^{(1)}\right)^2 - l_{BC}^2, \quad (1.47)$$

где:

$$\begin{bmatrix} x_{Bi} \\ y_{Bi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{1i} & \sin \varphi_{1i} \\ -\sin \varphi_{1i} & \cos \varphi_{1i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_{Bi} - X_{Ai} \\ Y_{Bi} - Y_{Ai} \end{bmatrix}. \quad (1.48)$$

Взвешенная разность (1.47) представляется в виде обобщенного полинома:

$$\Delta q_i = 2(p_1 f_{1i} + p_2 f_{2i} + p_3 f_{3i} - F_i), \quad (1.49)$$

где:

$$p_1 = x_C^{(1)}, p_2 = y_C^{(1)}, p_3 = \frac{1}{2} \left( x_C^{(1)2} + y_C^{(1)2} - l_{BC}^2 \right),$$

$$f_{1i} = -x_{Bi}, f_{2i} = -y_{Bi}, f_3 = 1, F_i = -\frac{1}{2} (x_{Bi}^2 + y_{Bi}^2).$$

Составляем сумму:

$$S = \sum_{i=1}^N \Delta q_i^2 \quad (1.50)$$

и из условий минимума:

$$\frac{\partial S}{\partial p_1} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial p_2} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial p_3} = 0 \quad (1.51)$$

получаем систему линейных уравнений:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N f_{1i}^2 & \sum_{i=1}^N f_{1i} f_{2i} & \sum_{i=1}^N f_{1i} \\ \sum_{i=1}^N f_{1i} f_{2i} & \sum_{i=1}^N f_{2i}^2 & \sum_{i=1}^N f_{2i} \\ \sum_{i=1}^N f_{1i} & \sum_{i=1}^N f_{2i} & N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N f_{1i} F_i \\ \sum_{i=1}^N f_{2i} F_i \\ \sum_{i=1}^N F_i \end{bmatrix}. \quad (1.52)$$

После нахождения неизвестных коэффициентов  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  из системы линейных уравнений (1.52) параметры синтеза вращательной кинематической пары  $C$  определяются из соотношений:

$$x_C^{(1)} = p_1, y_C^{(1)} = p_2, l_{CB} = \left( x_C^{(1)2} + y_C^{(1)2} - 2p_3 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.53)$$

## 2.5 Кинематический синтез двухподвижного параллельного манипулятора III класса и одноподвижного параллельного манипулятора V класса с двумя рабочими органами

Заданы законы движения:

$$X_{P_1} = X_{P_1}(t), Y_{P_1} = Y_{P_1}(t) \quad (1.54)$$

и

$$X_{P_2} = X_{P_2}(t), Y_{P_2} = Y_{P_2}(t) \quad (1.55)$$

или  $N$  дискретные положения:

$$X_{P_1} = X_{P_1}(t_i), Y_{P_1} = Y_{P_1}(t_i) \quad (1.56)$$

$$X_{P_2} = X_{P_2}(t_i), Y_{P_2} = Y_{P_2}(t_i) \quad (1.57)$$

рабочих точек (схватов)  $P_1$  и  $P_2$ , а также заданы законы движения:

$$\varphi_1 = \varphi_1(t), \varphi_3 = \varphi_3(t) \quad (1.58)$$

или  $N$  дискретные положения:

$$\varphi_{1i} = \varphi_1(t_i), \varphi_{3i} = \varphi_3(t_i) \quad (1.59)$$

двух входных звеньев 1 и 3 двухподвижного параллельного манипулятора III класса с двумя РО (рисунок 7). Необходимо определить геометрические параметры звеньев данного параллельного манипулятора.

Согласно структурному синтезу рассматриваемый двухподвижный параллельный манипулятор III класса с двумя РО формируется из двух антропоморфных манипуляторов  $ABP_1$  и  $CDP_2$  соединением их звеньев 2 и 4 при помощи бинарного звена  $EF$  вида **ВВ**, а затем соединением звена  $EF$  со стойкой при помощи бинарного звена  $GH$  вида **ВВ**. Следовательно, алгоритм кинематического синтеза данного параллельного манипулятора с двумя рабочими органами состоит из алгоритмов кинематического синтеза двух антропоморфных манипуляторов  $ABP_1$  и  $CDP_2$ , а также двух бинарных звеньев  $EF$  и  $GH$  вида **ВВ**.

Параметрами синтеза двух антропоморфных манипуляторов являются:

- 1) для антропоморфного манипулятора  $ABP_1$ :  $X_A$  и  $Y_A$  - координаты шарнира  $A$  в абсолютной системе координат  $OXY$ ;  $x_B^{(1)}$ ,  $y_B^{(1)}$  - координаты шарнира  $B$  в системе координат  $Ax_1y_1$ ;  $l_{BP_1}$  - длина звена  $BP_1$ ;

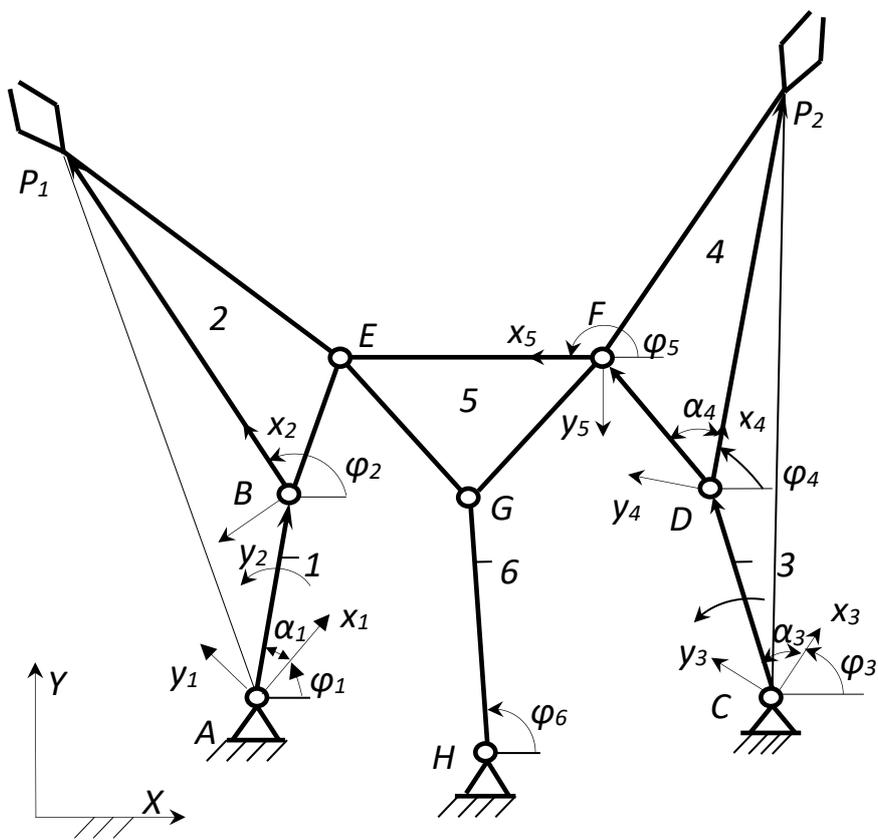


Рисунок 7 - Двухподвижный ПМ III класса с двумя РО

2) для антропоморфного манипулятора  $CDP_2$ :  $X_C$  и  $Y_C$  - координаты шарнира  $C$  в абсолютной системе координат  $OXY$ ;  $x_D^{(3)}$ ,  $y_D^{(3)}$  - координаты шарнира  $D$  в системе координат  $Cx_3y_3$ ;  $l_{DP_2}$  - длина звена  $DP_2$ ;

Параметры синтеза антропоморфных манипуляторов  $ABP_1$  и  $CDP_2$  определяются по алгоритмам кинематического синтеза антропоморфного манипулятора.

Алгоритмы кинематического синтеза антропоморфного манипулятора  $ABP_1$  в точности до обозначений шарниров совпадают с алгоритмами кинематического синтеза антропоморфного манипулятора.

Если рассмотреть движение точки  $P_2$  второго антропоморфного манипулятора  $CDP_2$  относительно системы координат  $Cx_3y_3$ , то она движется по дуге окружности с центром в точке  $D$  и радиусом  $l_{DP_2}$ . Тогда в качестве взвешенной разности можно принять функцию:

$$\Delta q_i = \left(x_{P_{2i}}^{(3)} - x_D^{(3)}\right)^2 + \left(y_{P_{2i}}^{(3)} - y_D^{(3)}\right)^2 - l_{DP_2}^2, \quad (1.60)$$

где координаты  $x_{P_{2i}}^{(3)}$  и  $y_{P_{2i}}^{(3)}$  точки  $P_2$  в системе координат  $Cx_3y_3$  определяются выражением:

$$\begin{bmatrix} x_{P_{2i}}^{(3)} \\ y_{P_{2i}}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{3i} & \sin \varphi_{3i} \\ -\sin \varphi_{3i} & \cos \varphi_{3i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_{P_{2i}} - X_C \\ Y_{P_{2i}} - Y_C \end{bmatrix}. \quad (1.61)$$

Взвешенная разность (1.60) с учетом (1.61) предоставляется в виде обобщенного полинома (1.34), где

$$p_1 = x_D^{(3)}, p_2 = y_D^{(3)}, p_3 = \frac{1}{2} \left( x_D^{(3)2} + y_D^{(3)2} + X_C^2 + Y_C^2 - l_{DP_2}^2 \right),$$

$$p_4 = X_C, p_5 = Y_C, f_{1i} = -X_{P_{2i}} \cos \varphi_{3i} - Y_{P_{2i}} \sin \varphi_{3i},$$

$$f_{2i} = X_{P_{2i}} \sin \varphi_{3i} - Y_{P_{2i}} \cos \varphi_{3i}, f = 3, f_{4i} = -X_{P_{2i}}, f_{5i} = -Y_{P_{2i}},$$

$$f_{6i} = \cos \varphi_{3i}, f_{7i} = \sin \varphi_{3i}, F = -\frac{1}{2} (X_{P_{2i}}^2 + Y_{P_{2i}}^2).$$

В то же время взвешенная разность (1.60), являясь функцией от пяти параметров  $x_D^{(3)}$ ,  $y_D^{(3)}$ ,  $X_C$ ,  $Y_C$ ,  $l_{DP_2}$ , может быть представлена в виде двух обобщенных полиномов (1.35) и (1.36).

В дальнейшем согласно алгоритму кинематической инверсии, определяются параметры синтеза антропоморфного манипулятора  $CDP_2$ :

$$x_D^{(3)} = p_1, y_D^{(3)} = p_2, X_C = p_4, Y_C = p_5,$$

$$l_{DP_2} = \left( x_D^{(3)2} + y_D^{(3)2} + X_C^2 + Y_C^2 - 2p_3 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Для синтеза бинарного звена  $EF$  вида **ВВ** необходимо предварительно решить обратную задачу кинематики двух антропоморфных манипуляторов  $ABP_1$  и  $CDP_2$ , т.е. по заданным значениям координат  $X_{P_{1i}}$ ,  $Y_{P_{1i}}$  и  $X_{P_{2i}}$ ,  $Y_{P_{2i}}$  рабочих точек  $P_1$  и  $P_2$  определить углы  $\varphi_{1i}$  и  $\varphi_{3i}$  входных звеньев 1 из 3, а также углы  $\varphi_{2i}$  и  $\varphi_{4i}$  промежуточных звеньев  $BP_1$  и  $DP_2$ .

На основе метода замкнутых векторных контуров звенья  $AB$  и  $BP_1$  антропоморфного манипулятора  $ABP_1$  и звенья  $CD$  и  $DP_2$  антропоморфного манипулятора  $CDP_2$  выбираем в качестве векторов, соединяем точки  $A$  и  $P_1$ , а также  $C$  и  $P_2$  векторами  $\overline{AP_1}$  и  $\overline{CP_2}$ . Определяем модули и направления векторов  $\overline{AP_1}$  и  $\overline{CP_2}$ :

$$\varphi_{AP_{1i}} = \arctg \frac{Y_{P_{1i}} - Y_A}{X_{P_{1i}} - X_A}, \quad (1.62)$$

$$l_{AP_{1i}} = \left[ (X_{P_{1i}} - X_A)^2 + (Y_{P_{1i}} - Y_A)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (1.63)$$

$$\varphi_{CP_{2i}} = \arctg \frac{Y_{P_{2i}} - Y_C}{X_{P_{2i}} - X_C}, \quad (1.64)$$

$$l_{CP_{2i}} = \left[ (X_{P_{2i}} - X_C)^2 + (Y_{P_{2i}} - Y_C)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (1.65)$$

Составляем векторные уравнения замкнутости контуров  $ABP_1$  и  $CDP_2$ :

$$l_{AB}\bar{e}_{AB} + l_{BP_1}\bar{e}_2 - l_{AP_1}\bar{e}_{AP_1} = 0, \quad (1.66)$$

$$l_{CD}\bar{e}_{CD} + l_{DP_2}\bar{e}_4 - l_{CP_2}\bar{e}_{CP_2} = 0. \quad (1.67)$$

В уравнениях (1.66) и (1.68) векторы  $l_{AB}\bar{e}_{AB}$ ,  $l_{AP_1}\bar{e}_{AP_1}$  и  $l_{CD}\bar{e}_{CD}$ ,  $l_{CP_2}\bar{e}_{CP_2}$  переносим в правую часть уравнений:

$$l_{BP_1}\bar{e}_2 = l_{AP_1}\bar{e}_{AP_1} - l_{AB}\bar{e}_{AB}, \quad (1.68)$$

$$l_{DP_2}\bar{e}_4 = l_{CP_2}\bar{e}_{CP_2} - l_{CD}\bar{e}_{CD}. \quad (1.69)$$

и возводим обе части уравнений (1.68) и (1.69) в квадрат:

$$l_{BP_1}^2 = l_{AP_1}^2 + l_{AB}^2 - 2l_{AP_1}l_{AB} \cos(\varphi_{AP_1} - \varphi_{AB}), \quad (1.70)$$

$$l_{DP_2}^2 = l_{CP_2}^2 + l_{CD}^2 - 2l_{CP_2}l_{CD} \cos(\varphi_{CP_2} - \varphi_{CD}). \quad (1.71)$$

Из уравнений (1.70) и (1.71) получаем:

$$\varphi_{AP_{1i}} = \varphi_{AP_{1i}} \pm \arccos \frac{l_{AP_1}^2 + l_{AB}^2 - l_{BP_1}^2}{2l_{AP_1}l_{AB}}, \quad (1.72)$$

$$\varphi_{CD_i} = \varphi_{CP_{2i}} \pm \arccos \frac{l_{CP_2}^2 + l_{CD}^2 - l_{DP_2}^2}{2l_{CP_2}l_{CD}}. \quad (1.73)$$

Знаки «+» и «-» в выражениях (1.72) и (1.73) выбираются в зависимости от сборки антропоморфных манипуляторов  $ABP_1$  и  $CDP_2$ .

Полученные значения углов  $\varphi_{AB}$  и  $\varphi_{CD}$  определяют углы  $\varphi_1$  и  $\varphi_3$  входных звеньев 1 и 3:

$$\varphi_{1i} = \varphi_{ABi} - \alpha_1, \quad (1.74)$$

$$\varphi_{3i} = \varphi_{CDi} - \alpha_3, \quad (1.75)$$

где

$$\alpha_1 = \arctg \frac{y_B^{(1)}}{x_B^{(1)}}, \quad (1.76)$$

$$\alpha_2 = \arctg \frac{y_D^{(3)}}{x_D^{(3)}}. \quad (1.77)$$

Углы  $\varphi_2$  и  $\varphi_4$  определяются выражениями:

$$\varphi_{2i} = \arctg \frac{Y_{P_{1i}} - Y_{B_i}}{X_{P_{1i}} - X_{B_i}}, \quad (1.78)$$

$$\varphi_{3i} = \arctg \frac{Y_{P_{2i}} - Y_{D_i}}{X_{P_{2i}} - X_{D_i}}. \quad (1.79)$$

где

$$\begin{bmatrix} X_{B_i} \\ Y_{B_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi_{1i} & -\sin \varphi_{1i} \\ \sin \varphi_{1i} & \cos \varphi_{1i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_B^{(1)} \\ y_B^{(1)} \end{bmatrix}, \quad (1.80)$$

$$\begin{bmatrix} X_{D_i} \\ Y_{D_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_C \\ Y_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi_{3i} & \sin \varphi_{3i} \\ \sin \varphi_{3i} & \cos \varphi_{3i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_D^{(3)} \\ y_D^{(3)} \end{bmatrix}. \quad (1.81)$$

С звеньями  $BP_1$  и  $DP_2$  антропоморфных манипуляторов  $ABP_1$  и  $CDP_2$  жестко скрепляем системы координат  $Bx_2y_2$  и  $Dx_4y_4$ , оси  $x_2$  и  $x_4$  которых направлены по направлениям звеньев  $BP_1$  и  $DP_2$ .

Рассмотрим обращенное движение системы координат  $Dx_4y_4$  относительно системы координат  $Bx_2y_2$ . При этом шарнир  $F$  с координатами  $x_F^{(4)}$ ,  $y_F^{(4)}$  движется по дуге окружности с центром в шарнире  $E$  с координатами  $x_E^{(2)}$ ,  $y_E^{(2)}$  и радиусом  $l_{EF}$ .

Составим взвешенную разность в виде:

$$\Delta q_i = \left( x_{F_i}^{(2)} - x_E^{(2)} \right)^2 + \left( y_{F_i}^{(2)} - y_E^{(2)} \right)^2 - l_{EF}^2, \quad (1.82)$$

где

$$\begin{bmatrix} x_{F_i}^{(2)} \\ y_{F_i}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{2i} & \sin \varphi_{2i} \\ -\sin \varphi_{2i} & \cos \varphi_{2i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_{F_i} - X_{B_i} \\ Y_{F_i} - Y_{B_i} \end{bmatrix}, \quad (1.83)$$

$$\begin{bmatrix} X_{F_i} \\ Y_{F_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{D_i} \\ Y_{D_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi_{4i} & -\sin \varphi_{4i} \\ \sin \varphi_{4i} & \cos \varphi_{4i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_F^{(4)} \\ y_F^{(4)} \end{bmatrix}. \quad (1.84)$$

Здесь  $x_{F_i}^{(2)}, y_{F_i}^{(2)}$  и  $X_{F_i}, Y_{F_i}$  - координаты шарнира  $F$  соответственно в системах координат  $Bx_2y_2$  и  $OXY$ .

Взвешенную разность (1.82) можно привести к полиному вида (1.15), где:

$$p_1 = x_E^{(2)}, p_2 = y_E^{(2)}, p_3 = \frac{1}{2} \left( x_E^{(2)2} + y_E^{(2)2} + x_F^{(4)2} + y_F^{(4)2} - l_{EF}^2 \right),$$

$$p_4 = x_F^{(4)}, p_5 = y_F^{(4)}, f_{1i} = -(X_{D_i} - X_{B_i}) \cos \varphi_{2i} - (Y_{D_i} - Y_{B_i}) \sin \varphi_{2i},$$

$$f_{2i} = (X_{D_i} - X_{B_i}) \sin \varphi_{2i} - (Y_{D_i} - Y_{B_i}) \cos \varphi_{2i}, f_3 = 1,$$

$$f_{4i} = (X_{D_i} - X_{B_i}) \cos \varphi_{4i} - (Y_{D_i} - Y_{B_i}) \sin \varphi_{4i},$$

$$f_{5i} = -(X_{D_i} - X_{B_i}) \sin \varphi_{4i} + (Y_{D_i} - Y_{B_i}) \cos \varphi_{4i}, f_{6i} = -\cos(\varphi_{4i} - \varphi_{2i}),$$

$$f_{7i} = \sin(\varphi_{4i} - \varphi_{2i}), F_i = -\frac{1}{2} \left[ (X_{D_i} - X_{B_i})^2 + (Y_{D_i} - Y_{B_i})^2 \right].$$

В то же время взвешенная разность (1.86), являясь функцией от пяти параметров  $x_E^{(2)}, y_E^{(2)}, x_F^{(4)}, y_F^{(4)}, l_{EF}$ , может быть представлена в виде двух обобщенных полиномов вида (1.16) и (1.17).

В дальнейшем согласно алгоритму кинематической инверсии, определяются параметры  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5$ , которые в свою очередь определяют параметры синтеза бинарного звена  $EF$  вида **ВВ**:

$$x_E^{(2)} = p_1, y_E^{(2)} = p_2, x_F^{(4)} = p_4, y_F^{(4)} = p_5,$$

$$l_{EF} = \left( x_E^{(2)2} + y_E^{(2)2} + x_F^{(4)2} + y_F^{(4)2} - 2p_3 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Для синтеза бинарного звена  $GH$  вида **ВВ** предварительно определяем положение звена  $EF$ :

$$\varphi_{5i} = \arctg \frac{Y_{E_i} - Y_{F_i}}{X_{E_i} - X_{F_i}}, \quad (1.85)$$

где координаты  $X_{E_i}$ ,  $Y_{E_i}$  шарнира  $E$  в абсолютной системе координат  $OXY$  определяются выражением:

$$\begin{bmatrix} X_{E_i} \\ Y_{E_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{B_i} \\ Y_{B_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi_{2i} & -\sin \varphi_{2i} \\ \sin \varphi_{2i} & \cos \varphi_{2i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_E^{(2)} \\ y_E^{(2)} \end{bmatrix}. \quad (1.86)$$

Со звеном  $EF$  жестко связываем систему координат  $Fx_5y_5$ , ось  $x_5$  которой направлена по звену  $EF$ . Шарнир  $G$  данной плоскости  $Fx_5y_5$  движется по дуге окружности с центром в шарнире  $H$  и радиусом  $l_{GH}$ .

Составим взвешенную разность в виде:

$$\Delta q_i = (X_{G_i} - X_H)^2 + (Y_{G_i} - Y_H)^2 - l_{GH}^2, \quad (1.87)$$

где координаты  $X_{G_i}$ ,  $Y_{G_i}$  шарнира  $G$  в абсолютной системе координат  $OXY$  определяются выражением:

$$\begin{bmatrix} X_{G_i} \\ Y_{G_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{F_i} \\ Y_{F_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi_{5i} & -\sin \varphi_{5i} \\ \sin \varphi_{5i} & \cos \varphi_{5i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_G^{(5)} \\ y_G^{(5)} \end{bmatrix}. \quad (1.88)$$

Взвешенная разность (1.87) с учетом выражения (1.88) представляется в виде обобщенного полинома (1.15), для которого:

$$p_1 = X_H, p_2 = Y_H, p_3 = \frac{1}{2} \left( X_H^2 + Y_H^2 + x_G^{(5)2} + y_G^{(5)2} - l_{GH}^2 \right),$$

$$f_{1i} = -X_{G_i}, f_{2i} = -Y_{G_i}, f_3 = 1, f_{4i} = X_{G_i} \cos \varphi_{5i} + Y_{G_i} \sin \varphi_{5i},$$

$$f_{5i} = -X_{G_i} \sin \varphi_{5i} + Y_{G_i} \cos \varphi_{5i}, f_{6i} = -\cos \varphi_{5i},$$

$$f_{7i} = \sin \varphi_{5i}, F_i = -\frac{1}{2} (X_{G_i}^2 + Y_{G_i}^2)$$

или в виде обобщенных полиномов (1.16) и (1.17).

В дальнейшем согласно алгоритму кинематической инверсии, определяем параметры  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5$ , которые в свою очередь определяют параметры синтеза бинарного звена  $GH$  вида **ВВ**:

$$X_H = p_1, Y_H = p_2, x_G^{(5)} = p_4, y_G^{(4)} = p_5,$$

$$l_{GH} = \left( X_H^2 + Y_H^2 + x_G^{(5)2} + y_G^{(5)2} - 2p_3 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

В синтезированном двухподвижном ПМ III класса с двумя РО заданные законы движения двух рабочих точек  $P_1$  и  $P_2$  воспроизводятся по заданным законам движения двух входных звеньев 1 и 3. Управление движением двух РО данного ПМ III класса можно упростить, преобразуя его в одноподвижный ПМ. Для этого соединим звенья 3 и 6 двухподвижного ПМ III класса можно

упростить, преобразуя его в одноподвижный ПМ. Для этого соединим звенья 3 и 6 двухподвижного ПМ III класса с двумя РО при помощи бинарного звена *IK* вида **ВВ**. При этом получим одноподвижный ПМ V класса с двумя РО (рисунок 8).

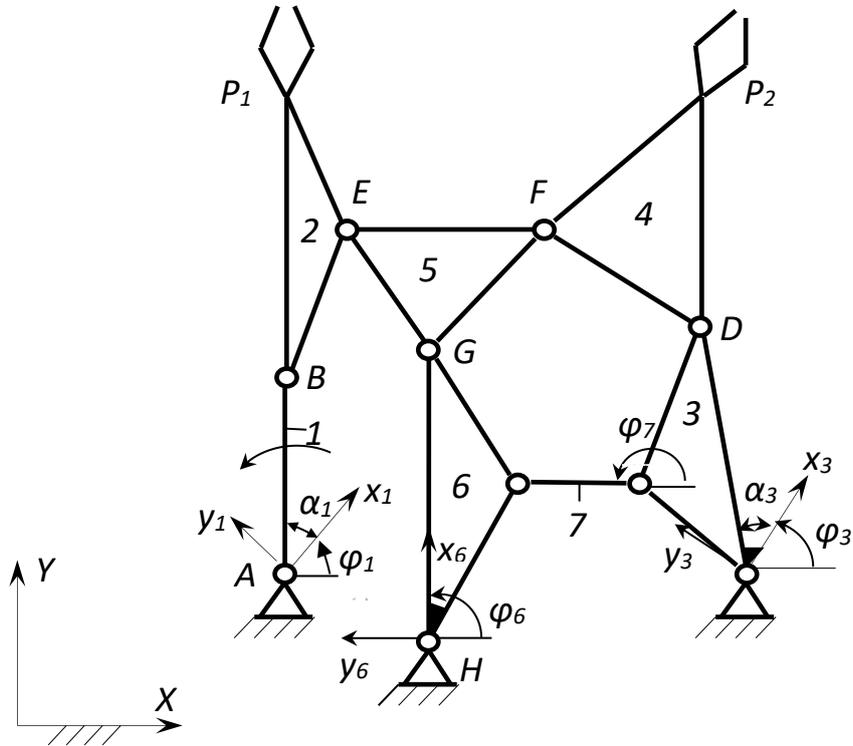


Рисунок 8 - Одноподвижный ПМ V класса с двумя РО

Для синтеза бинарного звена *IK* вида **ВВ** предварительно определим угол  $\varphi_6$  звена *GH* двухподвижного ПМ III класса с двумя РО (рисунок 1.8):

$$\varphi_{6i} = \arctg \frac{Y_{G_i} - Y_H}{X_{G_i} - X_H}, \quad (1.89)$$

где

$$\begin{bmatrix} X_{G_i} \\ Y_{G_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{F_i} \\ Y_{F_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi_{5i} & -\sin \varphi_{5i} \\ \sin \varphi_{5i} & \cos \varphi_{5i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_G^{(5)} \\ y_G^{(5)} \end{bmatrix}. \quad (1.90)$$

Со звеном *GH* жестко скрепляем систему координат  $Hx_6y_6$ , ось  $x_6$  которой направлена по направлению звена *HG*.

Рассмотрим обращенное движения системы координат  $Cx_3y_3$  относительно системы координат  $Hx_6y_6$ . При этом шарнир *K* с координатами  $x_K^{(3)}$ ,  $y_K^{(3)}$  движется по дуге окружности с центром в шарнире *I* с координатами  $x_I^{(6)}$ ,  $y_I^{(6)}$  и радиусом  $l_{IK}$ .

Составим взвешенную разность:

$$\Delta q_i = \left(x_{K_i}^{(3)} - x_I^{(6)}\right)^2 + \left(y_{K_i}^{(3)} - y_I^{(6)}\right)^2 - l_{IK}^2, \quad (1.91)$$

где:

$$\begin{bmatrix} x_{K_i}^{(3)} \\ y_{K_i}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{6i} & -\sin \varphi_{6i} \\ -\sin \varphi_{6i} & \cos \varphi_{6i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_{K_i} - X_H \\ Y_{K_i} - Y_H \end{bmatrix}. \quad (1.92)$$

$$\begin{bmatrix} X_{K_i} \\ Y_{K_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_C \\ Y_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi_{3i} & -\sin \varphi_{3i} \\ \sin \varphi_{3i} & \cos \varphi_{3i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_K^{(3)} \\ y_K^{(3)} \end{bmatrix}. \quad (1.93)$$

Здесь  $x_{K_i}^{(3)}$ ,  $y_{K_i}^{(3)}$  и  $X_{K_i}$ ,  $Y_{K_i}$  - координаты шарнира  $K$  соответственно в системах координат  $Hx_6y_6$  и  $OXY$ .

Взвешенную разность (1.91) можно привести к полиному вида (1.15), где:

$$p_1 = x_I^{(6)}, p_2 = y_I^{(6)}, p_3 = \frac{1}{2} \left( x_I^{(6)2} + y_I^{(6)2} + x_K^{(6)2} + y_K^{(3)2} - l_{IK}^2 \right),$$

$$p_4 = x_K^{(3)}, p_5 = y_K^{(3)}, f_{1i} = -(X_C - X_H) \cos \varphi_{6i} - (Y_C - Y_H) \sin \varphi_{6i},$$

$$f_{2i} = (X_C - X_H) \sin \varphi_{6i} - (Y_C - Y_H) \cos \varphi_{6i}, f_3 = 1,$$

$$f_{4i} = (X_C - X_H) \cos \varphi_{3i} - (Y_C - Y_H) \sin \varphi_{3i},$$

$$f_{5i} = -(X_C - X_H) \sin \varphi_{3i} + (Y_C - Y_H) \cos \varphi_{3i}, f_{6i} = -\cos(\varphi_{3i} - \varphi_{6i}),$$

$$f_{7i} = \sin(\varphi_{3i} - \varphi_{6i}), F_i = -\frac{1}{2} [(X_C - X_H)^2 + (Y_C - Y_H)^2].$$

В то же время взвешенная разность (1.91), являясь функцией от пяти параметров  $x_I^{(6)}$ ,  $y_I^{(6)}$ ,  $x_K^{(3)}$ ,  $y_K^{(3)}$ ,  $l_{IK}$ , может быть представлена в виде двух обобщенных полиномов вида (1.16) и (1.17).

В дальнейшем согласно алгоритму кинематической инверсии, определяются параметры  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$ ,  $p_4$ ,  $p_5$ , которые в свою очередь определяют параметры синтеза бинарного звена  $IK$  вида **ВВ**:

$$x_I^{(6)} = p_1, y_I^{(6)} = p_2, x_K^{(3)} = p_4, y_K^{(3)} = p_5,$$

$$l_{IK} = \left( x_I^{(6)2} + y_I^{(6)2} + x_K^{(3)2} + y_K^{(3)2} - 2p_3 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

### 3 КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ МАНИПУЛЯТОРОВ С ДВУМЯ РАБОЧИМИ ОРГАНАМИ

#### 3.1 Кинематический анализ двухподвижного параллельного манипулятора III класса с двумя рабочими органами

Для решения прямой задачи кинематики двухподвижного параллельного манипулятора III класса с двумя рабочими органами (рисунок 9) используем метод условных обобщенных координат [27], согласно которому удаляем звено 6 рассматриваемого параллельного манипулятора путем разъединения элементов шарниров  $G$  и  $H$ . При этом в исследуемом манипуляторе появляется одна дополнительная степень свободы. Примем звено 2 за условное ведущее, а угол  $\varphi_2$  - за условную обобщенную координату. Тогда рассматриваемый параллельный манипулятор III класса преобразуется в механизм II класса со структурной формулой:

$$I(1) \rightarrow I(2) \rightarrow II(5,4) \leftarrow I(3). \quad (2.1)$$

где  $l_{GH}$  - длина удаленного звена 6.

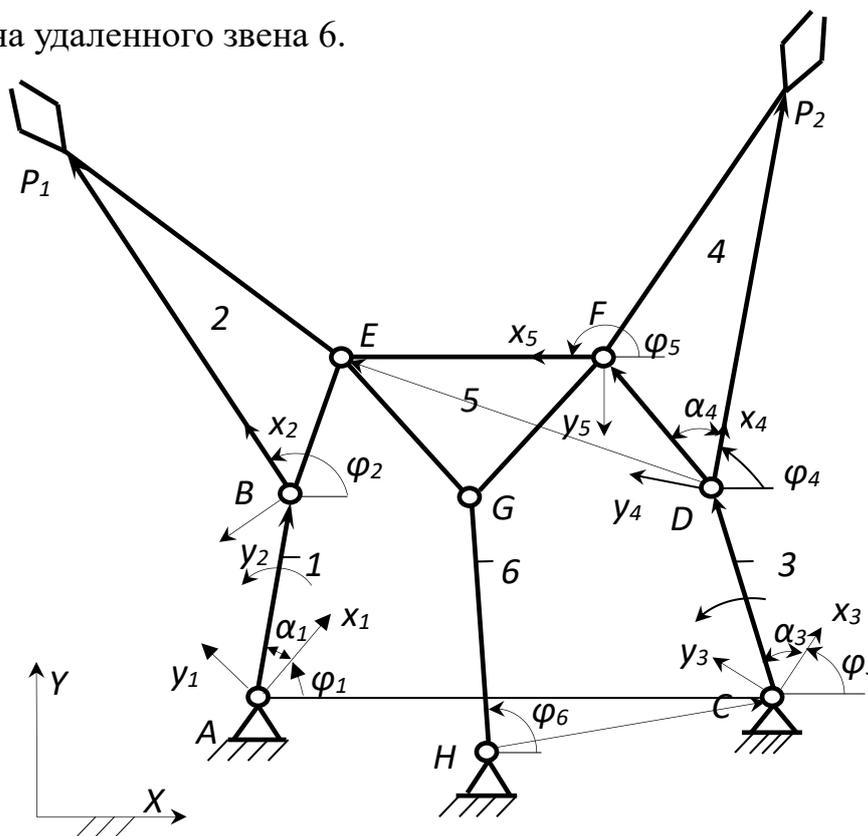


Рисунок 9 - Двухподвижный параллельный манипулятор III класса с двумя РО

Переменное расстояние  $l_{GH}^*$  определяется уравнением:

$$l_{GH}^* = [(X_G - X_H)^2 + (Y_G - Y_H)^2]^{\frac{1}{2}}, \quad (2.2)$$

где

$$\begin{bmatrix} X_G \\ Y_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_F \\ Y_F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi_5 & -\sin \varphi_5 \\ \sin \varphi_5 & \cos \varphi_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_G^{(5)} \\ y_G^{(5)} \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

Для определения угла  $\varphi_5$  в выражении (2.3) решим задачу о положениях диады II (4,5) на основе метода замкнутых векторных контуров. Звенья исследуемого ПМ берем в качестве векторов как показано на рисунок 10. Соединяем внешние шарниры  $D$  и  $E$  диады II (4,5) вектором  $\overline{DE}$  и определяем модуль и направление данного вектора:

$$l_{DE} = [(X_E - X_D)^2 + (Y_E - Y_D)^2]^{\frac{1}{2}}, \quad (2.4)$$

$$\varphi_{DE} = \arctg \frac{Y_E - Y_D}{X_E - X_D}, \quad (2.5)$$

где

$$\begin{bmatrix} X_D \\ Y_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_C \\ Y_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi_3 & \sin \varphi_3 \\ \sin \varphi_3 & \cos \varphi_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_D^{(3)} \\ y_D^{(3)} \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

$$\begin{bmatrix} X_E \\ Y_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 \\ \sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_E^{(2)} \\ y_E^{(2)} \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Составляем векторное уравнение замкнутости контура  $DFE$ :

$$l_{DF} \bar{e}_{DF} + l_{FE} \bar{e}_5 - l_{DE} \bar{e}_{DE} = 0, \quad (2.8)$$

где неизвестными являются направления двух векторов  $\overline{DF}$  и  $\overline{EF}$ .

Для определения направления вектора  $\overline{DF}$  выражения  $l_{DF} \bar{e}_{DF}$  и  $l_{DE} \bar{e}_{DE}$  уравнения (2.8) переносим в правую часть равенства:

$$l_{FE} \bar{e}_5 = l_{DE} \bar{e}_{DE} - l_{DF} \bar{e}_{DF}. \quad (2.9)$$

и возводим обе части данного уравнения в квадрат:

$$l_{FE}^2 = l_{DE}^2 + l_{DF}^2 - 2l_{DE}l_{DF} \cos(\varphi_{DE} - \varphi_{DF}), \quad (2.10)$$

где

$$\varphi_{DF} = \varphi_4 + \alpha_4, \quad (2.11)$$

$$\alpha_4 = \operatorname{arctg} \frac{y_F^{(4)}}{x_F^{(4)}}. \quad (2.12)$$

Из уравнения (2.10) получаем:

$$\varphi_{DF} = \varphi_{DE} \pm \operatorname{arccos} \frac{l_{DE}^2 + l_{DF}^2 - l_{FE}^2}{2l_{DE}l_{DF}}. \quad (2.13)$$

Знак «+» или «-» в выражении (2.13) выбирается в зависимости сборки диады II (4,5).

Тогда угол  $\varphi_5$  определяется выражением:

$$\varphi_5 = \operatorname{arctg} \frac{Y_E - Y_F}{X_E - X_F}, \quad (2.14)$$

где

$$\begin{bmatrix} X_F \\ Y_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_D \\ Y_D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi_4 & -\sin \varphi_4 \\ \sin \varphi_4 & \cos \varphi_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_F^{(4)} \\ y_F^{(4)} \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

Угол  $\varphi_6$  звена 6 определяется выражением:

$$\varphi_6 = \operatorname{arctg} \frac{Y_G - Y_H}{X_G - X_H}, \quad (2.16)$$

где

$$\begin{bmatrix} X_G \\ Y_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_F \\ Y_F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi_5 & -\sin \varphi_5 \\ \sin \varphi_5 & \cos \varphi_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_G^{(5)} \\ y_G^{(5)} \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

$$\begin{bmatrix} X_{P_1} \\ Y_{P_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \end{bmatrix} + l_{BP_1} \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 \\ \sin \varphi_2 \end{bmatrix}, \quad (2.18)$$

$$\begin{bmatrix} X_{P_2} \\ Y_{P_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_D \\ Y_D \end{bmatrix} + l_{DP_2} \begin{bmatrix} \cos \varphi_4 \\ \sin \varphi_4 \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

Построим векторные уравнения замыкания двух контурных цепей  $ABEFDC$  и  $HGFDC$  для решения вопросов, связанных с аналогами угловых скоростей и ускорений звеньев:

$$\left. \begin{aligned} l_{AB}\bar{e}_{AB} + l_{BE}\bar{e}_{BE} - l_{FE}\bar{e}_5 - l_{DF}\bar{e}_{DF} - l_{CD}\bar{e}_{CD} - l_{AC}\bar{e}_{AC} &= 0 \\ l_{HG}\bar{e}_6 - l_{FG}\bar{e}_{FG} - l_{DF}\bar{e}_{DF} - l_{CD}\bar{e}_{CD} - l_{HC}\bar{e}_{HC} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

Спроецируем систему векторных уравнений (2.20) на оси абсолютной системы координат  $OXYZ$ :

$$\left. \begin{aligned} l_{AB} \cos \varphi_{AB} + l_{BE} \cos \varphi_{BE} - l_{FE} \cos \varphi_5 - l_{DF} \cos \varphi_{DF} - \\ - l_{CD} \cos \varphi_{CD} - l_{AC} \cos \varphi_{AC} &= 0 \\ l_{AB} \sin \varphi_{AB} + l_{BE} \sin \varphi_{BE} - l_{FE} \sin \varphi_5 - l_{DF} \sin \varphi_{DF} - \\ - l_{CD} \sin \varphi_{CD} - l_{AC} \sin \varphi_{AC} &= 0 \\ l_{HG} \cos \varphi_6 - l_{FG} \cos \varphi_{FG} - l_{DF} \cos \varphi_{DF} - l_{CD} \cos \varphi_{CD} - \\ - l_{HC} \cos \varphi_{HC} &= 0 \\ l_{HG} \sin \varphi_6 - l_{FG} \sin \varphi_{FG} - l_{DF} \sin \varphi_{DF} - l_{CD} \sin \varphi_{CD} - \\ - l_{HC} \sin \varphi_{HC} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

и продифференцируем полученную систему уравнений по обобщенной координате  $\varphi_1$ :

$$\left. \begin{aligned} -l_{AB} \sin \varphi_{AB} - l_{BE} \sin \varphi_{BE} \cdot \varphi'_{21} + l_{FE} \sin \varphi_5 \cdot \varphi'_{51} + \\ + l_{DF} \sin \varphi_{DF} \cdot \varphi'_{41} &= 0 \\ l_{AB} \cos \varphi_{AB} + l_{BE} \cos \varphi_{BE} \cdot \varphi'_{21} - l_{FE} \cos \varphi_5 \cdot \varphi'_{51} - \\ - l_{DF} \cos \varphi_{DF} \cdot \varphi'_{41} &= 0 \\ -l_{HG} \sin \varphi_6 \cdot \varphi'_{61} + l_{FG} \sin \varphi_{FG} \cdot \varphi'_{51} + l_{DF} \sin \varphi_{DF} \cdot \varphi'_{41} &= 0 \\ l_{HG} \cos \varphi_6 \cdot \varphi'_{61} - l_{FG} \cos \varphi_{FG} \cdot \varphi'_{51} - l_{DF} \cos \varphi_{DF} \cdot \varphi'_{41} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2.22)$$

Дифференцируя систему уравнений по второй обобщенной координате  $\varphi_3$ , получим:

$$\left. \begin{aligned}
& -l_{BE} \sin \varphi_{BE} \cdot \varphi'_{23} + l_{FE} \sin \varphi_5 \cdot \varphi'_{53} + l_{DF} \sin \varphi_{DF} \cdot \varphi'_{43} + \\
& + l_{CD} \sin \varphi_{CD} = 0 \\
& l_{BE} \cos \varphi_{BE} \cdot \varphi'_{23} - l_{FE} \cos \varphi_5 \cdot \varphi'_{53} - l_{DF} \cos \varphi_{DF} \cdot \varphi'_{43} - \\
& - l_{CD} \cos \varphi_{CD} = 0 \\
& -l_{HG} \sin \varphi_6 \cdot \varphi'_{63} + l_{FG} \sin \varphi_{FG} \cdot \varphi'_{53} + l_{DF} \sin \varphi_{DF} \cdot \varphi'_{43} + \\
& + l_{CD} \sin \varphi_{CD} = 0 \\
& l_{HG} \cos \varphi_6 \cdot \varphi'_{63} - l_{FG} \cos \varphi_{FG} \cdot \varphi'_{53} - l_{DF} \cos \varphi_{DF} \cdot \varphi'_{43} - \\
& - l_{CD} \cos \varphi_{CD} = 0
\end{aligned} \right\}. \quad (2.23)$$

Представим эти системы линейных уравнений в матричной форме:

$$[A] \cdot \bar{u}_1 = \bar{B}_1, \quad (2.24)$$

Представим эти системы линейных уравнений в матричной форме:

$$[A] \cdot \bar{u}_3 = \bar{B}_3, \quad (2.25)$$

где

$$[A] = \begin{bmatrix} Y_B - Y_E & Y_E - Y_F & Y_F - Y_D & 0 \\ X_E - X_B & X_F - X_E & X_D - X_F & 0 \\ 0 & Y_G - Y_F & Y_F - Y_D & Y_H - Y_G \\ 0 & X_F - X_G & X_D - X_F & X_G - X_H \end{bmatrix}, \quad (2.26)$$

$$\bar{u}_1 = \begin{bmatrix} \varphi'_{21} \\ \varphi'_{51} \\ \varphi'_{41} \\ \varphi'_{61} \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_1 = \begin{bmatrix} Y_B - Y_A \\ X_A - X_B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.27)$$

$$\bar{u}_3 = \begin{bmatrix} \varphi'_{23} \\ \varphi'_{53} \\ \varphi'_{43} \\ \varphi'_{63} \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_3 = \begin{bmatrix} Y_C - Y_D \\ X_D - X_C \\ Y_C - Y_D \\ X_D - X_C \end{bmatrix}. \quad (2.28)$$

Аналогами угловых скоростей звеньев являются безразмерные величины.

Векторы аналогов угловых скоростей звеньев по обобщенным координатам  $\varphi_1$  и  $\varphi_3$  определяются выражениями:

$$\bar{u}_1 = [A]^{-1} \cdot \bar{B}_1, \quad (2.29)$$

$$\bar{u}_3 = [A]^{-1} \cdot \bar{B}_3 \quad (2.30)$$

Фактические значения вектора аналогов угловых скоростей звеньев определяются суммированием векторов  $\bar{u}_1$  и  $\bar{u}_3$ :

$$\bar{u} = \bar{u}_1 + \bar{u}_3. \quad (2.31)$$

Дифференцируя уравнения (1.84) и (1.85) по обобщенным координатам  $\varphi_1$  и  $\varphi_3$ , находим проекции аналогов линейных скоростей шарниров В и D входных звеньев 1 и 3:

$$\begin{bmatrix} U_{B_1}^X \\ U_{B_1}^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \varphi_1 & -\cos \varphi_1 \\ \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_B^{(1)} \\ y_B^{(1)} \end{bmatrix}, \quad (2.32)$$

$$\begin{bmatrix} U_{B_3}^X \\ U_{B_3}^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \end{bmatrix} = 0, \quad (2.33)$$

$$\begin{bmatrix} U_{D_1}^X \\ U_{D_1}^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} X_D \\ Y_D \end{bmatrix} = 0. \quad (2.34)$$

$$\begin{bmatrix} U_{D_3}^X \\ U_{D_3}^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_3} \begin{bmatrix} X_D \\ Y_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \varphi_3 & -\cos \varphi_3 \\ \cos \varphi_3 & -\sin \varphi_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_D^{(3)} \\ y_D^{(3)} \end{bmatrix}. \quad (2.35)$$

$$\begin{bmatrix} U_{E_1}^X \\ U_{E_1}^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} X_E \\ Y_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{B_1}^X \\ U_{B_1}^Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin \varphi_2 & -\cos \varphi_2 \\ \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_E^{(2)} \\ y_E^{(2)} \end{bmatrix} \cdot \varphi'_{21}, \quad (2.36)$$

$$\begin{bmatrix} U_{E_3}^X \\ U_{E_3}^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_3} \begin{bmatrix} X_E \\ Y_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{B_3}^X \\ U_{B_3}^Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin \varphi_2 & -\cos \varphi_2 \\ \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_E^{(2)} \\ y_E^{(2)} \end{bmatrix} \cdot \varphi'_{23}, \quad (2.37)$$

$$\begin{bmatrix} U_{F_1}^X \\ U_{F_1}^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} X_F \\ Y_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{D_1}^X \\ U_{D_1}^Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin \varphi_4 & -\cos \varphi_4 \\ \cos \varphi_4 & -\sin \varphi_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_F^{(4)} \\ y_F^{(4)} \end{bmatrix} \cdot \varphi'_{41}, \quad (2.38)$$

$$\begin{bmatrix} U_{F_3}^X \\ U_{F_3}^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_3} \begin{bmatrix} X_F \\ Y_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{D_3}^X \\ U_{D_3}^Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin \varphi_4 & -\cos \varphi_4 \\ \cos \varphi_4 & -\sin \varphi_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_F^{(4)} \\ y_F^{(4)} \end{bmatrix} \cdot \varphi'_{43}, \quad (2.39)$$

$$\begin{bmatrix} U_{G_1}^X \\ U_{G_1}^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} X_G \\ Y_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{F_1}^X \\ U_{F_1}^Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin \varphi_5 & -\cos \varphi_5 \\ \cos \varphi_5 & -\sin \varphi_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_G^{(5)} \\ y_G^{(5)} \end{bmatrix} \cdot \varphi'_{51}, \quad (2.40)$$

$$\begin{bmatrix} U_{G_3}^X \\ U_{G_3}^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_3} \begin{bmatrix} X_G \\ Y_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{F_3}^X \\ U_{F_3}^Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin \varphi_5 & -\cos \varphi_5 \\ \cos \varphi_5 & -\sin \varphi_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_G^{(5)} \\ y_G^{(5)} \end{bmatrix} \cdot \varphi'_{53}, \quad (2.41)$$

$$\begin{bmatrix} U_{P_{11}}^X \\ U_{P_{11}}^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} X_{P_1} \\ Y_{P_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{B_1}^X \\ U_{B_1}^Y \end{bmatrix} + l_{BP_1} \begin{bmatrix} -\sin \varphi_2 \\ \cos \varphi_2 \end{bmatrix} \cdot \varphi'_{21}, \quad (2.42)$$

$$\begin{bmatrix} U_{P_{13}}^X \\ U_{P_{13}}^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_3} \begin{bmatrix} X_{P_1} \\ Y_{P_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{B_3}^X \\ U_{B_3}^Y \end{bmatrix} + l_{BP_1} \begin{bmatrix} -\sin \varphi_2 \\ \cos \varphi_2 \end{bmatrix} \cdot \varphi'_{23}, \quad (2.43)$$

$$\begin{bmatrix} U_{P_{21}}^X \\ U_{P_{21}}^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} X_{P_2} \\ Y_{P_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{D_1}^X \\ U_{D_1}^Y \end{bmatrix} + l_{DP_2} \begin{bmatrix} -\sin \varphi_4 \\ \cos \varphi_4 \end{bmatrix} \cdot \varphi'_{41}, \quad (2.44)$$

$$\begin{bmatrix} U_{P_{23}}^X \\ U_{P_{23}}^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_3} \begin{bmatrix} X_{P_2} \\ Y_{P_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{D_3}^X \\ U_{D_3}^Y \end{bmatrix} + l_{DP_2} \begin{bmatrix} -\sin \varphi_4 \\ \cos \varphi_4 \end{bmatrix} \cdot \varphi'_{43}. \quad (2.45)$$

Для определения аналогов угловых ускорений звеньев рассматриваемого двухподвижного параллельного манипулятора III класса с двумя рабочими органами продифференцируем системы уравнений (2.23) и (2.24) по обобщенным координатам  $\varphi_1$  и  $\varphi_3$  соответственно:

$$\left. \begin{aligned}
& l_{AB} \cos \varphi_{AB} - l_{BE} \cos \varphi_{BE} \cdot \varphi'_{21}{}^2 - l_{BE} \sin \varphi_{BE} \cdot \varphi''_{21} + \\
& + l_{FE} \cos \varphi_5 \cdot \varphi'_{51}{}^2 + l_{FE} \sin \varphi_5 \cdot \varphi''_{51} + l_{DF} \cos \varphi_{DF} \cdot \varphi'_{41}{}^2 + \\
& + l_{DF} \sin \varphi_{DF} \cdot \varphi''_{41} = 0 \\
& -l_{AB} \sin \varphi_{AB} - l_{BE} \sin \varphi_{BE} \cdot \varphi'_{21}{}^2 + l_{BE} \cos \varphi_{BE} \cdot \varphi''_{21} + \\
& + l_{FE} \sin \varphi_5 \cdot \varphi'_{51}{}^2 - l_{FE} \cos \varphi_5 \cdot \varphi''_{51}{}^2 - l_{FE} \cos \varphi_5 \cdot \varphi''_{51} + \\
& + l_{DF} \sin \varphi_{DF} \cdot \varphi'_{41}{}^2 - l_{DF} \cos \varphi_{DF} \cdot \varphi''_{41} = 0
\end{aligned} \right\} (2.46)$$

$$\begin{aligned}
& -l_{HG} \cos \varphi_6 \cdot \varphi'_{61} - l_{HG} \sin \varphi_6 \cdot \varphi''_{61} + l_{FG} \cos \varphi_{FG} \cdot \varphi'_{51}{}^2 + \\
& + l_{FG} \sin \varphi_{FG} \cdot \varphi''_{51} + l_{DF} \cos \varphi_{DF} \cdot \varphi'_{41}{}^2 + l_{DF} \sin \varphi_{DF} \cdot \varphi''_{41} = 0 \\
& -l_{HG} \sin \varphi_6 \cdot \varphi'_{61}{}^2 + l_{HG} \cos \varphi_6 \cdot \varphi''_{61}{}^2 + l_{FG} \sin \varphi_{FG} \cdot \varphi'_{51}{}^2 - \\
& - l_{FG} \cos \varphi_{FG} \cdot \varphi''_{51} + l_{DF} \sin \varphi_{DF} \cdot \varphi'_{41}{}^2 - l_{DF} \cos \varphi_{DF} \cdot \varphi''_{41} = 0
\end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
& -l_{BE} \cos \varphi_{BE} \cdot \varphi'_{23}{}^2 - l_{BE} \sin \varphi_{BE} \cdot \varphi''_{23} + l_{FE} \cos \varphi_5 \cdot \varphi'_{53}{}^2 + \\
& + l_{FE} \sin \varphi_5 \cdot \varphi''_{53} + l_{DF} \cos \varphi_{DF} \cdot \varphi'_{43}{}^2 + l_{DF} \sin \varphi_{DF} \cdot \varphi''_{43} + \\
& + l_{CD} \cos \varphi_{CD} = 0 \\
& -l_{BE} \sin \varphi_{BE} \cdot \varphi'_{23}{}^2 + l_{BE} \cos \varphi_{BE} \cdot \varphi''_{23} + l_{FE} \sin \varphi_5 \cdot \varphi'_{53}{}^2 - \\
& - l_{FE} \cos \varphi_5 \cdot \varphi''_{53}{}^2 + l_{DF} \sin \varphi_{DF} \cdot \varphi'_{43}{}^2 - l_{DF} \cos \varphi_{DF} \cdot \varphi''_{43} + \\
& + l_{CD} \sin \varphi_{CD} = 0
\end{aligned} \right\} (2.47)$$

$$\begin{aligned}
& -l_{HG} \cos \varphi_6 \cdot \varphi'_{63}{}^2 - l_{HG} \sin \varphi_6 \cdot \varphi''_{63} + l_{FG} \cos \varphi_{FG} \cdot \varphi'_{53}{}^2 + \\
& + l_{FG} \sin \varphi_{FG} \cdot \varphi''_{53} + l_{DF} \cos \varphi_{DF} \cdot \varphi'_{43}{}^2 + l_{DF} \sin \varphi_{DF} \cdot \varphi''_{43} + \\
& + l_{CD} \cos \varphi_{CD} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -l_{HG} \sin \varphi_6 \cdot \varphi'_{63}{}^2 + l_{HG} \cos \varphi_6 \cdot \varphi''_{63}{}^2 + l_{FG} \sin \varphi_{FG} \cdot \varphi'_{53}{}^2 - \\
& - l_{FG} \cos \varphi_{FG} \cdot \varphi''_{53} + l_{DF} \sin \varphi_{DF} \cdot \varphi'_{43}{}^2 - l_{DF} \cos \varphi_{DF} \cdot \varphi''_{43} + \\
& + l_{CD} \sin \varphi_{CD} = 0
\end{aligned}$$

Представим системы уравнений (145) и (146) в матричной форме:

$$[A] \cdot \bar{w}_1 = \bar{C}_1, \quad (2.48)$$

$$[A] \cdot \bar{w}_3 = \bar{C}_3, \quad (2.49)$$

где

$$\bar{w}_1 = \begin{bmatrix} \varphi_{21}'' \\ \varphi_{51}'' \\ \varphi_{41}'' \\ \varphi_{61}'' \end{bmatrix},$$

$$\bar{C}_1 = \begin{bmatrix} (X_B - X_A) + (X_E - X_B)\varphi_{21}'^2 + (X_F - X_E)\varphi_{51}'^2 + \\ + (X_D - X_F)\varphi_{41}'^2 \\ (Y_B - Y_A) + (Y_E - Y_B)\varphi_{21}'^2 + (Y_F - Y_E)\varphi_{51}'^2 + \\ + (Y_D - Y_F)\varphi_{41}'^2 \\ (X_G - X_H)\varphi_{61}'^2 + (X_F - X_G)\varphi_{51}'^2 + (X_D - X_F)\varphi_{41}'^2 \\ (Y_G - Y_H)\varphi_{61}'^2 + (Y_F - Y_G)\varphi_{51}'^2 + (Y_D - Y_F)\varphi_{41}'^2 \end{bmatrix}, \quad (2.50)$$

$$\bar{w}_3 = \begin{bmatrix} \varphi_{23}'' \\ \varphi_{53}'' \\ \varphi_{43}'' \\ \varphi_{63}'' \end{bmatrix},$$

$$\bar{C}_3 = \begin{bmatrix} (X_E - X_B)\varphi_{23}'^2 + (X_F - X_E)\varphi_{53}'^2 + \\ + (X_D - X_F)\varphi_{43}'^2 + (X_C - X_D) \\ (Y_E - Y_B)\varphi_{23}'^2 + (Y_F - Y_E)\varphi_{53}'^2 + \\ + (Y_D - Y_F)\varphi_{43}'^2 + (Y_C - Y_D) \\ (X_G - X_H)\varphi_{63}'^2 + (X_F - X_G)\varphi_{53}'^2 + \\ + (X_D - X_F)\varphi_{43}'^2 + (X_C - X_D) \\ (Y_G - Y_H)\varphi_{63}'^2 + (Y_F - Y_G)\varphi_{53}'^2 + \\ + (Y_D - Y_F)\varphi_{43}'^2 + (Y_C - Y_D) \end{bmatrix}, \quad (2.51)$$

Векторы аналогов угловых ускорений звеньев  $\bar{w}_1$  и  $\bar{w}_3$  по обобщенным координатам  $\varphi_1$  и  $\varphi_3$  определяются выражениями:

$$\bar{w}_1 = [A]^{-1} \cdot \bar{C}_1, \quad (2.52)$$

$$\bar{w}_3 = [A]^{-1} \cdot \bar{C}_3, \quad (2.53)$$

Фактические значения вектора аналогов угловых ускорений звеньев определяются суммированием векторов  $\bar{W}_1$  и  $\bar{W}_3$ :

$$\bar{W} = \bar{W}_1 + \bar{W}_3. \quad (2.54)$$

$$\begin{bmatrix} W_{B_1}^X \\ W_{B_1}^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} U_{B_1}^X \\ U_{B_1}^Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \varphi_1 & \sin \varphi_1 \\ -\sin \varphi_1 & -\cos \varphi_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_B^{(1)} \\ y_B^{(1)} \end{bmatrix}, \quad (2.55)$$

$$\begin{bmatrix} W_{B_3}^X \\ W_{B_3}^Y \end{bmatrix} = 0, \quad \begin{bmatrix} W_{D_1}^X \\ W_{D_1}^Y \end{bmatrix} = 0, \quad (2.56)$$

$$\begin{bmatrix} W_{D_3}^X \\ W_{D_3}^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_3} \begin{bmatrix} U_{D_3}^X \\ U_{D_3}^Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \varphi_3 & \sin \varphi_3 \\ -\sin \varphi_3 & -\cos \varphi_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_D^{(3)} \\ y_D^{(3)} \end{bmatrix}, \quad (2.57)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} W_{E_1}^X \\ W_{E_1}^Y \end{bmatrix} &= \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} U_{E_1}^X \\ U_{E_1}^Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{B_1}^X \\ W_{B_1}^Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 \\ -\sin \varphi_2 & -\cos \varphi_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_E^{(2)} \\ y_E^{(2)} \end{bmatrix} \cdot \varphi_{21}'^2 + \\ &+ \begin{bmatrix} -\sin \varphi_2 & -\cos \varphi_2 \\ \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_E^{(2)} \\ y_E^{(2)} \end{bmatrix} \cdot \varphi_{21}', \end{aligned} \quad (2.58)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} W_{E_3}^X \\ W_{E_3}^Y \end{bmatrix} &= \frac{\partial}{\partial \varphi_3} \begin{bmatrix} U_{E_3}^X \\ U_{E_3}^Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{B_3}^X \\ W_{B_3}^Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 \\ -\sin \varphi_2 & -\cos \varphi_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_E^{(2)} \\ y_E^{(2)} \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} -\sin \varphi_2 & -\cos \varphi_2 \\ \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_E^{(2)} \\ y_E^{(2)} \end{bmatrix} \cdot \varphi_{23}'', \end{aligned} \quad (2.59)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} W_{F_1}^X \\ W_{F_1}^Y \end{bmatrix} &= \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} U_{F_1}^X \\ U_{F_1}^Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{D_1}^X \\ W_{D_1}^Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\cos \varphi_4 & \sin \varphi_4 \\ -\sin \varphi_4 & -\cos \varphi_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_F^{(4)} \\ y_F^{(4)} \end{bmatrix} \cdot \varphi_{41}'^2 + \\ &+ \begin{bmatrix} -\sin \varphi_4 & -\cos \varphi_4 \\ \cos \varphi_4 & -\sin \varphi_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_F^{(4)} \\ y_F^{(4)} \end{bmatrix} \cdot \varphi_{41}'', \end{aligned} \quad (2.60)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} W_{F_3}^X \\ W_{F_3}^Y \end{bmatrix} &= \frac{\partial}{\partial \varphi_3} \begin{bmatrix} U_{F_3}^X \\ U_{F_3}^Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{D_3}^X \\ W_{D_3}^Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\cos \varphi_4 & \sin \varphi_4 \\ -\sin \varphi_4 & -\cos \varphi_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_F^{(4)} \\ y_F^{(4)} \end{bmatrix} \cdot \varphi_{43}'^2 + \\ &+ \begin{bmatrix} -\sin \varphi_4 & -\cos \varphi_4 \\ \cos \varphi_4 & -\sin \varphi_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_F^{(4)} \\ y_F^{(4)} \end{bmatrix} \cdot \varphi_{43}'' \end{aligned} \quad (2.61)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} W_{G_1}^X \\ W_{G_1}^Y \end{bmatrix} &= \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} U_{G_1}^X \\ U_{G_1}^Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{F_1}^X \\ W_{F_1}^Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\cos \varphi_5 & \sin \varphi_5 \\ -\sin \varphi_5 & -\cos \varphi_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_G^{(5)} \\ y_G^{(5)} \end{bmatrix} \cdot \varphi_{51}'^2 + \\ &+ \begin{bmatrix} -\sin \varphi_5 & -\cos \varphi_5 \\ \cos \varphi_5 & -\sin \varphi_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_G^{(5)} \\ y_G^{(5)} \end{bmatrix} \cdot \varphi_{51}'' \end{aligned} \quad (2.62)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} W_{G_3}^X \\ W_{G_3}^Y \end{bmatrix} &= \frac{\partial}{\partial \varphi_3} \begin{bmatrix} U_{G_3}^X \\ U_{G_3}^Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{F_3}^X \\ W_{F_3}^Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\cos \varphi_5 & \sin \varphi_5 \\ -\sin \varphi_5 & -\cos \varphi_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_G^{(5)} \\ y_G^{(5)} \end{bmatrix} \cdot \varphi_{53}'^2 + \\ &+ \begin{bmatrix} -\sin \varphi_5 & -\cos \varphi_5 \\ \cos \varphi_5 & -\sin \varphi_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_G^{(5)} \\ y_G^{(5)} \end{bmatrix} \cdot \varphi_{53}'' \end{aligned} \quad (2.63)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} W_{P_{11}}^X \\ W_{P_{11}}^Y \end{bmatrix} &= \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} U_{P_{11}}^X \\ U_{P_{11}}^Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{B_1}^X \\ W_{B_1}^Y \end{bmatrix} + l_{BP_1} \begin{bmatrix} -\cos \varphi_2 \\ -\sin \varphi_2 \end{bmatrix} \cdot \varphi_{21}'^2 + \\ &+ l_{BP_1} \begin{bmatrix} -\sin \varphi_2 \\ \cos \varphi_2 \end{bmatrix} \cdot \varphi_{21}'' \end{aligned} \quad (2.64)$$

$$\begin{bmatrix} W_{P_{13}}^X \\ W_{P_{13}}^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_3} \begin{bmatrix} U_{P_{13}}^X \\ U_{P_{13}}^Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{B_3}^X \\ W_{B_3}^Y \end{bmatrix} + l_{BP_1} \begin{bmatrix} -\cos \varphi_2 \\ -\sin \varphi_2 \end{bmatrix} \cdot \varphi_{23}'^2 +$$

$$+l_{BP_1} \begin{bmatrix} -\sin \varphi_2 \\ \cos \varphi_2 \end{bmatrix} \cdot \varphi_{23}'' , \quad (2.65)$$

$$\begin{bmatrix} W_{P_{21}}^X \\ W_{P_{21}}^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} U_{P_{21}}^X \\ U_{P_{21}}^Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{D_1}^X \\ W_{D_1}^Y \end{bmatrix} + l_{DP_2} \begin{bmatrix} -\cos \varphi_4 \\ -\sin \varphi_4 \end{bmatrix} \cdot \varphi_{41}'^2 + \\ + l_{DP_2} \begin{bmatrix} -\sin \varphi_4 \\ \cos \varphi_4 \end{bmatrix} \cdot \varphi_{41}'' , \quad (2.66)$$

$$\begin{bmatrix} W_{P_{23}}^X \\ W_{P_{23}}^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_3} \begin{bmatrix} U_{P_{23}}^X \\ U_{P_{23}}^Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{D_3}^X \\ W_{D_3}^Y \end{bmatrix} + l_{DP_2} \begin{bmatrix} -\cos \varphi_4 \\ -\sin \varphi_4 \end{bmatrix} \cdot \varphi_{43}'^2 + \\ + l_{DP_2} \begin{bmatrix} -\sin \varphi_4 \\ \cos \varphi_4 \end{bmatrix} \cdot \varphi_{43}'' . \quad (2.67)$$

Аналоги линейных ускорений шарниров и точек звеньев имеют размерность длины.

Фактические значения проекций векторов аналогов линейных ускорений шарниров и рабочих точек определяются путем суммирования их значений в частичных перемещениях.

### 3.2 Кинематический анализ одноподвижного параллельного манипулятора V класса с двумя рабочими органами

Для решения прямой задачи кинематики одноподвижного ПМ класса V с двумя рабочими органами (рисунок 10) воспользуемся методом условных обобщенных координат, согласно которому удалим звено 7 рассматриваемого параллельного манипулятора путем отделения шарнирные элементы *I* и *K*. При этом появляется еще одна степень свободы. Примем звено 2 за условную выноску, а угол за условную обобщенную координату. Тогда рассматриваемый параллельный манипулятор *V* класса преобразуется в механизм *II* класса со структурной формулой:

$$I(1) \rightarrow I(2) \rightarrow II(5,6) \leftarrow I(3,4) \quad (2.68)$$

Для заданных значений обобщенной координаты исследуемого одноподвижного параллельного манипулятора с двумя рабочими органами при изменении значений условной обобщенной координаты изменяется расстояние между шарнирными центрами *I* и *K*.

Создадим функцию невязки:

$$\Delta = l_{IK} - l_{IK}^*, \quad (2.69)$$

где  $l_{IK}$  длина удаленного звена 7.

Переменное расстояние  $l_{IK}^*$  определяется уравнением:

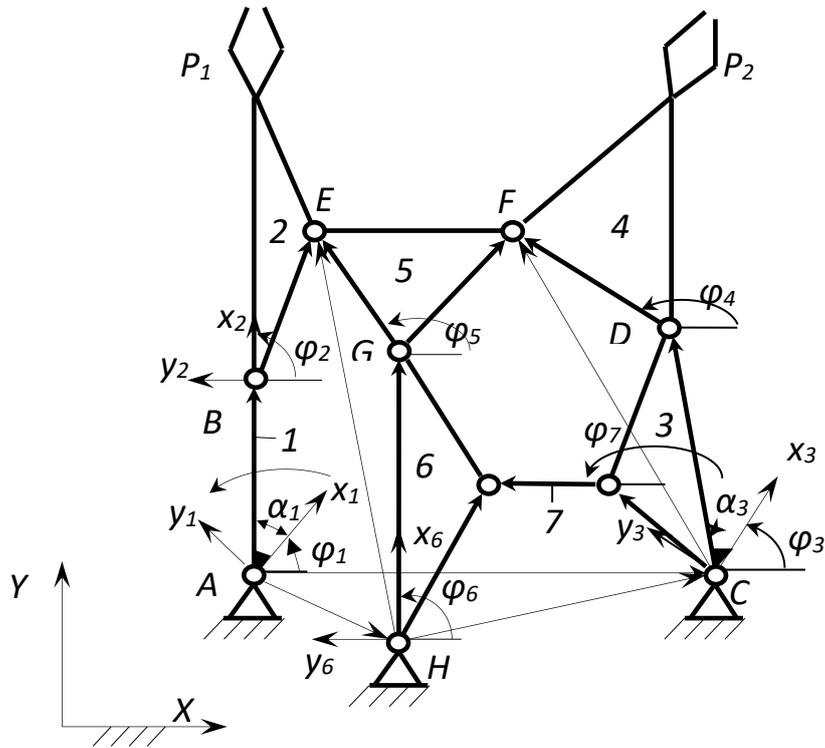


Рисунок 10 - Одноподвижный ПМ V класса с двумя рабочими органами

$$l_{IK}^* = [(X_K - X_I)^2 + (Y_K - Y_I)^2]^{\frac{1}{2}}, \quad (2.70)$$

Где

$$\begin{bmatrix} X_K \\ Y_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_C \\ Y_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi_3 & -\sin \varphi_3 \\ \sin \varphi_3 & \cos \varphi_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_K^{(3)} \\ y_K^{(3)} \end{bmatrix}, \quad (2.71)$$

$$\begin{bmatrix} X_I \\ Y_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_H \\ Y_H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi_6 & -\sin \varphi_6 \\ \sin \varphi_6 & \cos \varphi_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_I^{(6)} \\ y_I^{(6)} \end{bmatrix}. \quad (2.72)$$

Для определения углов  $\varphi_3$  и  $\varphi_6$  в уравнениях (2.71) и (2.72) решаем задачу о положениях диад II (5.6) и II (3.4) на основе метода замкнутых векторных контуров.

Связи исследуемого ПМ примем за векторы, как показано на рисунке 11. Соединим внешние шарниры  $H$  и  $E$  диады  $II$  (5,6) вектором и определим модуль и направление этого вектора:

$$l_{HE} = [(X_E - X_H)^2 + (Y_E - Y_H)^2]^{\frac{1}{2}}, \quad (2.73)$$

$$\varphi_{HE} = \arctg \frac{Y_E - Y_H}{X_E - X_H}, \quad (2.74)$$

где

$$\begin{bmatrix} X_E \\ Y_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 \\ \sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_E^{(2)} \\ y_E^{(2)} \end{bmatrix}, \quad (2.75)$$

$$\begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_B^{(1)} \\ y_B^{(1)} \end{bmatrix}. \quad (2.76)$$

Составим векторное уравнение замкнутого контура  $HGE$ :

$$l_{HG} \bar{e}_6 + l_{GE} \bar{e}_{GE} - l_{HE} \bar{e}_{HE} = 0, \quad (2.77)$$

$$l_{GE} \bar{e}_{GE} = l_{HE} \bar{e}_{HE} - l_{HG} \bar{e}_6 \quad (2.78)$$

и возводим в квадрат обе части этого уравнения:

$$l_{GE}^2 = l_{HE}^2 + l_{HG}^2 - 2l_{HE}l_{HG} \cos(\varphi_{HE} - \varphi_6). \quad (2.79)$$

$$\varphi_6 = \varphi_{HE} \pm \arccos \frac{l_{HE}^2 + l_{HG}^2 - l_{GE}^2}{2l_{HE}l_{HG}}. \quad (2.80)$$

$$\varphi_5 = \arctg \frac{Y_E - Y_G}{X_E - X_G}, \quad (2.81)$$

где

$$\begin{bmatrix} X_G \\ Y_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_H \\ Y_H \end{bmatrix} + l_{HG} \begin{bmatrix} \cos \varphi_6 \\ \sin \varphi_6 \end{bmatrix}. \quad (2.82)$$

$$l_{CF} = [(X_F - X_C)^2 + (Y_F - Y_C)^2]^{\frac{1}{2}}, \quad (2.83)$$

$$\varphi_{CF} = \arctg \frac{Y_F - Y_C}{X_F - X_C}, \quad (2.84)$$

где

$$\begin{bmatrix} X_F \\ Y_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_G \\ Y_G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi_5 & -\sin \varphi_5 \\ \sin \varphi_5 & \cos \varphi_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_F^{(5)} \\ y_F^{(5)} \end{bmatrix}. \quad (2.85)$$

Составим векторное уравнение замкнутости контура  $CDF$  :

$$l_{CD}\bar{e}_{CD} + l_{DF}\bar{e}_4 - l_{CF}\bar{e}_{CF} = 0, \quad (2.86)$$

Для определения направления вектора выражения и уравнения (2.86) переносят в правую часть равенства:

$$l_{DF}\bar{e}_4 = l_{CF}\bar{e}_{CF} - l_{CD}\bar{e}_{CD} \quad (2.87)$$

$$l_{DF}^2 = l_{CF}^2 + l_{CD}^2 - 2l_{CF}l_{CD} \cos(\varphi_{CF} - \varphi_{CD}). \quad (2.88)$$

$$\varphi_{CD} = \varphi_{CF} \pm \arccos \frac{l_{CF}^2 + l_{CD}^2 - l_{DF}^2}{2l_{CF}l_{CD}}. \quad (2.89)$$

$$\varphi_4 = \arctg \frac{Y_F - Y_D}{X_F - X_D}, \quad (2.90)$$

где

$$\begin{bmatrix} X_D \\ Y_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_C \\ Y_C \end{bmatrix} + l_{CD} \begin{bmatrix} \cos \varphi_{CD} \\ \sin \varphi_{CD} \end{bmatrix}. \quad (2.91)$$

Угол  $\varphi_7$  звена 7 определяется как:

$$\varphi_7 = \arctg \frac{Y_I - Y_K}{X_I - X_K}, \quad (2.92)$$

где

$$\begin{bmatrix} X_I \\ Y_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_H \\ Y_H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi_6 & -\sin \varphi_6 \\ \sin \varphi_6 & \cos \varphi_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_I^{(6)} \\ y_I^{(6)} \end{bmatrix}, \quad (2.93)$$

$$\begin{bmatrix} X_K \\ Y_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_C \\ Y_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi_3 & -\sin \varphi_3 \\ \sin \varphi_3 & \cos \varphi_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_K^{(3)} \\ y_K^{(3)} \end{bmatrix}. \quad (2.94)$$

$$\begin{bmatrix} X_{P_1} \\ Y_{P_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \end{bmatrix} + l_{AB} \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 \\ \sin \varphi_2 \end{bmatrix}, \quad (2.95)$$

$$\begin{bmatrix} X_{P_2} \\ Y_{P_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_D \\ Y_D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi_4 & -\sin \varphi_4 \\ \sin \varphi_4 & \cos \varphi_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{P_2}^{(4)} \\ y_{P_2}^{(4)} \end{bmatrix}. \quad (2.96)$$

В таблице 2 приведены координаты всех шарниров и рабочих точек в абсолютной системе координат  $OXY$ , а также угловые положения звеньев рассматриваемого одноподвижного параллельного манипулятора класса  $V$  с двумя рабочими органами.

Для решения задач об аналогах угловых скоростей и ускорений звеньев составим векторные уравнения замкнутости контуров  $ABEGH$ ,  $HGFDC$ ,  $HIKC$ :

$$\left. \begin{aligned} l_{AB}\bar{e}_{AB} + l_{BE}\bar{e}_{BE} - l_{GE}\bar{e}_{GE} - l_{HG}\bar{e}_6 - l_{AH}\bar{e}_{AH} &= 0 \\ l_{HG}\bar{e}_6 + l_{GF}\bar{e}_{GF} - l_{DF}\bar{e}_4 - l_{CD}\bar{e}_{CD} - l_{HC}\bar{e}_{HC} &= 0 \\ l_{HI}\bar{e}_{HI} - l_{KI}\bar{e}_7 - l_{CK}\bar{e}_{CK} - l_{HC}\bar{e}_{HC} &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (2.97)$$

Спроецируем систему векторных уравнений (2.97) на оси абсолютной системы координат  $OXY$ :

$$\left. \begin{aligned}
& l_{AB} \cos \varphi_{AB} + l_{BE} \cos \varphi_{BE} - l_{GE} \cos \varphi_5 - l_{HG} \cos \varphi_6 - \\
& - l_{AH} \cos \varphi_{AH} = 0 \\
& l_{AB} \sin \varphi_{AB} + l_{BE} \sin \varphi_{BE} - l_{GE} \sin \varphi_5 - l_{HG} \sin \varphi_6 - \\
& - l_{AH} \sin \varphi_{AH} = 0 \\
& l_{HG} \cos \varphi_6 + l_{GF} \cos \varphi_{GF} - l_{DF} \cos \varphi_4 - l_{CD} \cos \varphi_{CD} - \\
& - l_{HC} \cos \varphi_{HC} = 0 \\
& l_{HG} \sin \varphi_6 + l_{GF} \sin \varphi_{GF} - l_{DF} \sin \varphi_4 - l_{CD} \sin \varphi_{CD} - \\
& - l_{HC} \sin \varphi_{HC} = 0 \\
& l_{HI} \cos \varphi_{HI} - l_{KI} \cos \varphi_7 - l_{CK} \cos \varphi_{CK} - l_{HC} \cos \varphi_{HC} = 0 \\
& l_{HI} \sin \varphi_{HI} - l_{KI} \sin \varphi_7 - l_{CK} \sin \varphi_{CK} - l_{HC} \sin \varphi_{HC} = 0
\end{aligned} \right\} (2.98)$$

Дифференцируя полученную систему уравнений по обобщенной координате  $\varphi_1$ , получим:

Таблица 2

$i$	$\theta$	$X_B$ , мм	$Y_B$ , мм	$X_E$ , мм	$Y_E$ , мм	$X_F$ , мм	$Y_F$ , мм	$X_G$ , мм	$Y_G$ , мм	$X_I$ , мм	$Y_I$ , мм
1	60,0	134,66	209,00	266,02	310,54	417,98	306,81	261,71	237,60	272,52	94,66
2	65,73	122,58	208,46	256,00	307,27	407,96	303,93	251,87	234,33	268,89	91,99
3	71,46	110,61	206,72	245,60	303,38	397,57	300,48	241,68	230,42	265,20	89,02
4	77,19	98,87	203,79	234,99	298,86	386,97	296,47	231,32	225,89	261,52	85,76
5	82,91	87,49	199,71	224,33	293,72	376,33	291,89	220,94	220,73	257,92	82,24
6	88,64	76,57	194,51	213,78	287,99	365,77	286,76	210,67	214,99	254,45	78,49
7	94,37	66,22	188,24	203,43	281,72	355,44	281,12	200,63	208,71	251,14	74,55
8	100,1	56,55	180,97	193,42	274,96	345,42	275,00	190,92	201,94	248,03	70,46
9	105,83	47,66	172,78	183,82	267,77	335,82	268,43	181,62	194,74	245,15	66,24
10	111,56	39,63	163,73	174,73	260,24	326,72	261,48	172,80	187,20	242,51	61,95
11	117,29	32,54	153,93	166,19	252,43	318,18	254,19	164,51	179,39	240,13	57,61
12	123,02	26,46	143,48	158,27	244,43	310,25	246,60	156,79	171,39	238,01	53,27
13	128,75	21,46	132,46	150,99	236,32	302,97	238,77	149,65	163,27	236,15	48,96
14	134,48	17,58	121,01	144,39	228,18	296,37	230,74	143,10	155,13	234,53	44,72
15	140,21	14,87	109,22	138,47	220,06	290,46	222,52	137,14	147,01	233,15	40,57
16	145,94	13,35	97,22	133,26	212,05	285,25	214,14	131,74	139,00	231,99	36,54
17	151,67	13,03	85,13	128,75	204,18	280,74	205,57	126,89	131,15	231,04	32,64

Продолжение таблицы 2

$i$	$\theta$	$X_K$ , мм	$Y_K$ , мм	$X_D$ , мм	$Y_D$ , мм	$X_{P1}$ , мм	$Y_{P1}$ , мм	$X_{P2}$ , мм	$Y_{P2}$ , мм
1	60,0	401,60	128,38	520,78	203,57	291,58	449,71	594,03	478,88
2	65,73	397,97	125,74	514,66	204,72	284,42	445,89	577,26	482,65
3	71,46	394,26	122,85	508,23	205,71	276,23	441,53	559,43	485,96
4	77,19	390,54	119,74	501,57	206,51	267,25	436,63	540,77	488,68
5	82,91	386,88	116,46	494,79	207,08	257,66	431,24	521,49	490,71
6	88,64	383,32	113,03	487,95	207,41	247,63	425,38	501,78	491,96
7	94,37	379,90	109,50	481,15	207,50	237,29	419,11	481,81	492,38
8	100,1	376,65	105,91	474,45	207,35	226,77	412,47	461,74	491,95
9	105,83	373,60	102,30	467,92	206,99	216,16	405,53	441,73	490,67
10	111,56	370,77	98,70	461,61	206,42	205,52	398,35	421,87	488,52
11	117,29	368,16	95,15	455,56	205,68	194,94	390,98	402,30	485,55
12	123,02	365,77	91,70	449,82	204,80	184,44	383,49	383,07	481,76
13	128,75	363,61	88,36	444,41	203,81	174,07	375,93	364,27	477,20
14	134,48	361,66	85,17	439,34	202,74	163,85	368,33	345,93	471,87
15	140,21	359,92	82,14	434,64	201,61	153,82	360,73	328,06	465,81
16	145,94	358,37	79,29	430,29	200,46	143,99	353,14	310,64	459,00
17	151,67	357,00	76,62	426,30	199,31	134,41	345,57	293,62	451,41

Продолжение таблицы 2

$i$	$\varphi_1^{\circ}$	$\varphi_{AB}^{\circ}$	$\varphi_{BE}^{\circ}$	$\varphi_{EF}^{\circ}$	$\varphi_{FG}^{\circ}$	$\varphi_{GI}^{\circ}$	$\varphi_{IK}^{\circ}$	$\varphi_{KD}^{\circ}$	$\varphi_{FD}^{\circ}$	$\varphi_{HI}^{\circ}$	$\varphi_{HG}^{\circ}$	$\varphi_{CD}^{\circ}$	$\varphi_{CK}^{\circ}$
1	60,0	89,69	37,70	-1,41	-156,11	-85,68	14,64	32,25	-45,12	125,09	107,16	78,44	125,10
2	65,73	95,42	36,52	-1,26	-155,97	-83,18	14,65	34,09	-42,92	127,59	109,66	80,28	126,94
3	71,46	101,15	35,61	-1,09	-155,80	-80,56	14,69	36,02	-40,58	130,21	112,28	82,21	128,87
4	77,19	106,88	34,93	-0,90	-155,61	-77,84	14,76	38,01	-38,13	132,93	115,00	84,19	130,86
5	82,91	112,60	34,49	-0,69	-155,40	-75,05	14,86	40,02	-35,60	135,72	117,79	86,21	132,87
6	88,64	118,33	34,27	-0,46	-155,17	-72,22	15,00	42,05	-33,00	138,55	120,62	88,24	134,90
7	94,37	124,06	34,27	-0,22	-154,93	-69,37	15,19	44,06	-30,35	141,40	123,47	90,25	136,91
8	100,1	129,79	34,48	0,01	-154,69	-66,52	15,41	46,05	-27,67	144,25	126,32	92,23	138,90
9	105,83	135,52	34,90	0,25	-154,46	-63,69	15,68	47,98	-24,95	147,07	129,15	94,17	140,84
10	111,56	141,25	35,54	0,47	-154,24	-60,90	15,99	49,86	-22,21	149,87	131,94	96,05	142,71
11	117,29	146,98	36,39	0,66	-154,05	-58,16	16,34	51,66	-19,45	152,61	134,68	97,85	144,52
12	123,02	152,71	37,45	0,82	-153,89	-55,49	16,74	53,38	-16,67	155,28	137,35	99,57	146,24
13	128,75	158,44	38,72	0,92	-153,78	-52,89	17,18	55,01	-13,89	157,88	139,95	101,20	147,87
14	134,48	164,17	40,20	0,97	-153,74	-50,37	17,65	56,55	-11,08	160,39	142,47	102,74	149,40
15	140,21	169,90	41,89	0,93	-153,78	-47,95	18,16	57,98	-8,25	162,82	144,89	104,17	150,83
16	145,94	175,63	43,76	0,79	-153,92	-45,63	18,69	59,31	-5,39	165,14	147,21	105,50	152,16
17	151,67	181,36	45,81	0,52	-154,18	-43,41	19,24	60,54	-2,46	167,36	149,43	106,73	153,39

$$\left. \begin{aligned}
& -l_{AB} \sin \varphi_{AB} - l_{BE} \sin \varphi_{BE} \cdot \varphi'_2 + l_{GE} \sin \varphi_5 \cdot \varphi'_5 + \\
& + l_{HG} \sin \varphi_6 \cdot \varphi'_6 = 0 \\
& l_{AB} \cos \varphi_{AB} + l_{BE} \cos \varphi_{BE} \cdot \varphi'_2 - l_{GE} \cos \varphi_5 \cdot \varphi'_5 - \\
& - l_{HG} \cos \varphi_6 \cdot \varphi'_6 = 0 \\
& -l_{HG} \sin \varphi_6 \cdot \varphi'_6 - l_{GF} \sin \varphi_{GF} \cdot \varphi'_5 + l_{DF} \sin \varphi_4 \cdot \varphi'_4 + \\
& + l_{CD} \sin \varphi_{CD} \cdot \varphi'_3 = 0 \\
& l_{HG} \cos \varphi_6 \cdot \varphi'_6 + l_{GF} \cos \varphi_{GF} \cdot \varphi'_5 - l_{DF} \cos \varphi_4 \cdot \varphi'_4 - \\
& - l_{CD} \cos \varphi_{CD} \cdot \varphi'_3 = 0 \\
& -l_{HI} \sin \varphi_{HI} \cdot \varphi'_6 + l_{KI} \sin \varphi_7 \cdot \varphi'_7 + l_{CK} \sin \varphi_{CK} \cdot \varphi'_3 = 0 \\
& l_{HI} \cos \varphi_{HI} \cdot \varphi'_6 - l_{KI} \cos \varphi_7 \cdot \varphi'_7 - l_{CK} \cos \varphi_{CK} \cdot \varphi'_3 = 0
\end{aligned} \right\} (2.99)$$

Система уравнений (2.99) линейна по отношению к аналогам угловых скоростей звеньев по обобщенной координате  $\varphi_1$ . Эта система уравнений представляется в виде матрицы:

$$[A] \cdot \bar{u} = \bar{B}, \quad (2.100)$$

где

$$[A] = \begin{bmatrix}
Y_B - Y_E & Y_E - Y_G & Y_G - Y_H & 0 & 0 & 0 \\
X_E - X_B & X_G - X_E & X_H - X_G & 0 & 0 & 0 \\
0 & Y_G - Y_F & Y_H - Y_G & Y_F - Y_D & Y_D - Y_C & 0 \\
0 & X_F - X_G & X_G - X_H & X_D - X_F & X_C - X_D & 0 \\
0 & 0 & Y_H - Y_I & 0 & Y_K - Y_C & Y_I - Y_K \\
0 & 0 & X_I - X_H & 0 & X_C - X_K & X_K - X_I
\end{bmatrix}, \quad (2.101)$$

$$\bar{u} = \begin{bmatrix} \varphi'_2 \\ \varphi'_5 \\ \varphi'_6 \\ \varphi'_4 \\ \varphi'_3 \\ \varphi'_7 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} Y_B - Y_A \\ X_A - X_B \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.102)$$

Вектор аналогов угловых скоростей звеньев по обобщенной координате  $\varphi_1$  определяется выражением:

$$\bar{u} = [A]^{-1} \cdot \bar{B} \quad (2.103)$$

при, что соответствует не особым положениям двухподвижного параллельного манипулятора класса  $V$  с двумя рабочими органами.

Значение промышленных скоростей звеньев реализации одноподвижного интерпретационного манипулятора  $V$  класса приведено в таблице 2.

Продифференцируем их координаты по обобщенной координате  $\varphi_1$ , чтобы найти эквиваленты линейных скоростей шарниров и рабочих точек  $P_1$  и  $P_2$  исследуемого одноподвижного параллельного манипулятора  $V$  класса с двумя рабочими органами.

$$\begin{bmatrix} U_B^X \\ U_B^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \varphi_1 & -\cos \varphi_1 \\ \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_B^{(1)} \\ y_B^{(1)} \end{bmatrix}, \quad (2.104)$$

$$\begin{bmatrix} U_E^X \\ U_E^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} X_E \\ Y_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_B^X \\ U_B^Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin \varphi_2 & -\cos \varphi_2 \\ \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_E^{(2)} \\ y_E^{(2)} \end{bmatrix} \cdot \varphi_2', \quad (2.105)$$

$$\begin{bmatrix} U_G^X \\ U_G^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} X_G \\ Y_G \end{bmatrix} = l_{HG} \begin{bmatrix} -\sin \varphi_6 \\ \cos \varphi_6 \end{bmatrix} \cdot \varphi_6', \quad (2.106)$$

$$\begin{bmatrix} U_F^X \\ U_F^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} X_F \\ Y_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_G^X \\ U_G^Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin \varphi_5 & -\cos \varphi_5 \\ \cos \varphi_5 & -\sin \varphi_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_F^{(5)} \\ y_F^{(5)} \end{bmatrix} \cdot \varphi_5', \quad (2.107)$$

$$\begin{bmatrix} U_D^X \\ U_D^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} X_D \\ Y_D \end{bmatrix} = l_{CD} \begin{bmatrix} -\sin \varphi_{CD} \\ \cos \varphi_{CD} \end{bmatrix} \cdot \varphi_3', \quad (2.108)$$

$$\begin{bmatrix} U_I^X \\ U_I^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} X_I \\ Y_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \varphi_6 & -\cos \varphi_6 \\ \cos \varphi_6 & -\sin \varphi_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_I^{(6)} \\ y_I^{(6)} \end{bmatrix} \cdot \varphi_6', \quad (2.109)$$

$$\begin{bmatrix} U_K^X \\ U_K^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} X_K \\ Y_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \varphi_3 & -\cos \varphi_3 \\ \cos \varphi_3 & -\sin \varphi_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_K^{(3)} \\ y_K^{(3)} \end{bmatrix} \cdot \varphi_3', \quad (2.110)$$

$$\begin{bmatrix} U_{P_1}^X \\ U_{P_1}^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} X_{P_1} \\ Y_{P_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_B^X \\ U_B^Y \end{bmatrix} + l_{AB} \begin{bmatrix} -\sin \varphi_2 \\ \cos \varphi_2 \end{bmatrix} \cdot \varphi_2', \quad (2.111)$$

$$\begin{bmatrix} U_{P_2}^X \\ U_{P_2}^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} X_{P_2} \\ Y_{P_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_D^X \\ U_D^Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin \varphi_4 & -\cos \varphi_4 \\ \cos \varphi_4 & -\sin \varphi_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{P_2}^{(4)} \\ y_{P_2}^{(4)} \end{bmatrix} \cdot \varphi_4'. \quad (2.112)$$

Рабочие точки  $P_1$  и  $P_2$  исследуемого одноподвижного ПМ класса  $V$  с двумя исполнительными органами, а также значения проекций векторов аналогов линейных скоростей шарниров приведены в таблице 3.

Продифференцируем систему уравнений (2.98) по обобщенной координате для определения аналогов угловых ускорений звеньев рассматриваемого одноподвижного ПМ класса  $V$  с двумя рабочими органами:

Таблица 2

$i$	$\varphi^{\circ}$	$\varphi_2'$	$\varphi_3'$	$\varphi_4'$	$\varphi_5'$	$\varphi_6'$	$\varphi_7'$
1	60,0	-0,196470	0,019939	0,437566	0,303803	0,319143	-0,00386
2	65,73	-0,148260	0,024425	0,463692	0,326557	0,336252	0
3	71,46	-0,104080	0,028690	0,483395	0,345870	0,348078	0,004434
4	77,19	-0,062590	0,032729	0,497661	0,362193	0,355410	0,009417
5	82,91	-0,022980	0,035975	0,507284	0,376089	0,358660	0,015488
6	88,64	0,015511	0,038735	0,512757	0,387876	0,358306	0,021424
7	94,37	0,053487	0,040602	0,514519	0,397922	0,354677	0,028040
8	100,1	0,090967	0,041336	0,513025	0,406500	0,348177	0,034979
9	105,83	0,128224	0,040711	0,508607	0,413882	0,339033	0,041597
10	111,56	0,165475	0,038772	0,501411	0,420454	0,327565	0,048707
11	117,29	0,202640	0,035027	0,491824	0,426412	0,314117	0,055408
12	123,02	0,239425	0,029783	0,479955	0,432156	0,299004	0,062191
13	128,75	0,275756	0,022384	0,466236	0,437982	0,282651	0,068274
14	134,48	0,311188	0,012697	0,450837	0,444395	0,265392	0,073918
15	140,21	0,345633	0,000662	0,434129	0,452006	0,247588	0,079144
16	145,94	0,378385	-0,014110	0,416279	0,461631	0,229593	0,083509
17	151,67	0,408988	-0,032650	0,397689	0,474613	0,211807	0,087085

Таблица 3

$i$	$\varphi^\circ$	$U_B^X, \text{ мм}$	$U_B^Y, \text{ мм}$	$U_E^X, \text{ мм}$	$U_E^Y, \text{ мм}$	$U_F^X, \text{ мм}$	$U_F^Y, \text{ мм}$	$U_G^X, \text{ мм}$	$U_G^Y, \text{ мм}$	$U_I^X, \text{ мм}$	$U_I^Y, \text{ мм}$
1	60,0	-121,00	0,66	-101,05	-26,29	-100,97	-26,25	-99,59	-26,38	-37,63	-24,22
2	65,73	-120,46	-11,42	-105,81	-32,02	-105,72	-28,30	-104,02	-32,12	-38,69	-27,18
3	71,46	-118,72	-23,39	-108,66	-37,94	-108,56	-33,56	-106,55	-38,06	-38,95	-29,98
4	77,19	-115,79	-35,13	-109,84	-43,90	-109,75	-38,90	-107,44	-44,02	-38,52	-32,56
5	82,91	-111,71	-46,51	-109,55	-49,72	-109,46	-44,19	-106,90	-49,85	-37,51	-34,90
6	88,64	-106,51	-57,43	-107,96	-55,26	-107,89	-49,31	-105,11	-55,39	-36,03	-36,95
7	94,37	-100,24	-67,78	-105,24	-60,39	-105,18	-54,16	-102,24	-60,52	-34,16	-38,68
8	100,1	-92,97	-77,45	-101,52	-64,99	-101,49	-58,65	-98,47	-65,10	-31,99	-40,07
9	105,83	-84,78	-86,34	-96,96	-68,96	-96,96	-62,71	-93,96	-69,06	-29,60	-41,11
10	111,56	-75,73	-94,37	-91,70	-72,24	-91,73	-66,30	-88,85	-72,32	-27,05	-41,77
11	117,29	-65,93	-101,46	-85,89	-74,77	-85,93	-69,40	-83,31	-74,84	-24,42	-42,07
12	123,02	-55,48	-107,54	-79,65	-76,54	-79,70	-72,00	-77,46	-76,59	-21,77	-42,01
13	128,75	-44,46	-112,54	-73,10	-77,55	-73,15	-74,15	-71,46	-77,58	-19,16	-41,62
14	134,48	-33,01	-116,42	-66,36	-77,83	-66,39	-75,88	-65,43	-77,84	-16,63	-40,92
15	140,21	-21,22	-119,13	-59,53	-77,42	-59,53	-77,30	-59,48	-77,42	-14,23	-39,95
16	145,94	-9,22	-120,65	-52,67	-76,39	-52,64	-78,53	-53,70	-76,37	-11,98	-38,74
17	151,67	2,87	-120,97	-45,82	-74,85	-45,75	-79,77	-48,18	-74,80	-9,91	-37,36

Продолжение таблицы 3

$i$	$\varphi^\circ$	$U_K^X$ , мм	$U_K^Y$ , мм	$U_D^X$ , мм	$U_D^Y$ , мм	$U_{P1}^X$ , мм	$U_{P1}^Y$ , мм	$U_{P2}^X$ , мм	$U_{P2}^Y$ , мм
1	60,0	-37,50	-24,71	-60,50	14,28	-95,69	-1,46	-144,14	63,91
2	65,73	-38,69	-27,19	-64,13	13,12	-101,41	-13,38	-154,89	62,68
3	71,46	-39,10	-29,40	-66,73	11,43	-105,41	-24,94	-163,66	59,61
4	77,19	-38,84	-31,31	-68,42	9,36	-107,83	-36,12	-170,62	55,06
5	82,91	-38,04	-32,90	-69,25	7,04	-108,80	-46,89	-175,92	49,37
6	88,64	-36,77	-34,14	-69,30	4,59	-108,47	-57,17	-179,67	42,84
7	94,37	-35,14	-35,02	-68,63	2,11	-106,94	-66,92	-181,99	35,73
8	100,1	-33,23	-35,52	-67,32	-0,29	-104,34	-76,08	-183,01	28,27
9	105,83	-31,10	-35,65	-65,43	-2,55	-100,76	-84,58	-182,84	20,65
10	111,56	-28,84	-35,40	-63,03	-4,60	-96,32	-92,39	-181,64	13,05
11	117,29	-26,50	-34,80	-60,21	-6,38	-91,10	-99,47	-179,55	5,57
12	123,02	-24,16	-33,88	-57,05	-7,87	-85,20	-105,79	-176,74	-1,68
13	128,75	-21,85	-32,68	-53,65	-9,05	-78,69	-111,34	-173,39	-8,66
14	134,48	-19,62	-31,24	-50,09	-9,92	-71,64	-116,10	-169,69	-15,35
15	140,21	-17,52	-29,62	-46,45	-10,50	-64,11	-120,07	-165,87	-21,79
16	145,94	-15,55	-27,86	-42,81	-10,81	-56,13	-123,25	-162,16	-28,07
17	151,67	-13,74	-26,03	-39,25	-10,89	-47,72	-125,62	-158,90	-34,35

$$\begin{aligned}
& -l_{AB} \cos \varphi_{AB} - l_{BE} \cos \varphi_{BE} \cdot \varphi_2'^2 - l_{BE} \sin \varphi_{BE} \cdot \varphi_2'' + \\
& + l_{GE} \cos \varphi_5 \cdot \varphi_5'^2 + l_{GE} \sin \varphi_5 \cdot \varphi_5'' + l_{HG} \cos \varphi_6 \cdot \varphi_6'^2 + \\
& + l_{HG} \sin \varphi_6 \cdot \varphi_6'' = 0 \\
& -l_{AB} \sin \varphi_{AB} - l_{BE} \sin \varphi_{BE} \cdot \varphi_2'^2 + l_{BE} \cos \varphi_{BE} \cdot \varphi_2'' + \\
& + l_{GE} \sin \varphi_5 \cdot \varphi_5'^2 - l_{GE} \cos \varphi_5 \cdot \varphi_5'' + l_{HG} \sin \varphi_6 \cdot \varphi_6'^2 - \\
& - l_{HG} \cos \varphi_6 \cdot \varphi_6'' = 0 \\
& -l_{HG} \cos \varphi_6 \cdot \varphi_6'^2 - l_{HG} \sin \varphi_6 \cdot \varphi_6'' - l_{GF} \cos \varphi_{GF} \cdot \varphi_5'^2 - \\
& - l_{GF} \sin \varphi_{GF} \cdot \varphi_5'' + l_{DF} \cos \varphi_4 \cdot \varphi_4'^2 + l_{DF} \sin \varphi_4 \cdot \varphi_4'' + \\
& + l_{CD} \cos \varphi_{CD} \cdot \varphi_3'^2 + l_{CD} \sin \varphi_{CD} \cdot \varphi_3'' = 0 \\
& -l_{HG} \sin \varphi_6 \cdot \varphi_6'^2 + l_{HG} \cos \varphi_6 \cdot \varphi_6'' - l_{GF} \sin \varphi_{GF} \cdot \varphi_5'^2 + \\
& + l_{GF} \cos \varphi_{GF} \cdot \varphi_5'' + l_{DF} \sin \varphi_4 \cdot \varphi_4'^2 - l_{DF} \cos \varphi_4 \cdot \varphi_4'' + \\
& + l_{CD} \sin \varphi_{CD} \cdot \varphi_3'^2 - l_{CD} \cos \varphi_{CD} \cdot \varphi_3'' = 0 \\
& -l_{HI} \cos \varphi_{HI} \cdot \varphi_6'^2 - l_{HI} \sin \varphi_{HI} \cdot \varphi_6'' + l_{KI} \cos \varphi_7 \cdot \varphi_7'^2 + \\
& + l_{KI} \sin \varphi_7 \cdot \varphi_7'' + l_{CK} \cos \varphi_{CK} \cdot \varphi_3'^2 + l_{CK} \sin \varphi_{CK} \cdot \varphi_3'' = 0 \\
& -l_{HI} \sin \varphi_{HI} \cdot \varphi_6'^2 + l_{HI} \cos \varphi_{HI} \cdot \varphi_6'' + l_{KI} \sin \varphi_7 \cdot \varphi_7'^2 - \\
& - l_{KI} \cos \varphi_7 \cdot \varphi_7'' + l_{CK} \sin \varphi_{CK} \cdot \varphi_3'^2 - l_{CK} \cos \varphi_{CK} \cdot \varphi_3'' = 0
\end{aligned} \quad . \quad (2.113)$$

Представим систему уравнений (2.113) в матричной форме:

$$[A] \cdot \bar{w} = \bar{C}, \quad (2.114)$$

где

$$\bar{w} = \begin{bmatrix} \varphi_2'' \\ \varphi_5'' \\ \varphi_6'' \\ \varphi_4'' \\ \varphi_3'' \\ \varphi_7'' \end{bmatrix},$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} (X_B - X_A) + (X_E - X_B)\varphi_2'^2 + (X_G - X_E)\varphi_5'^2 + \\ + (X_H - X_G)\varphi_6'^2 \\ (Y_B - Y_A) + (Y_E - Y_B)\varphi_2'^2 + (Y_G - Y_E)\varphi_5'^2 + (Y_H - Y_G)\varphi_6'^2 \\ (X_G - X_H)\varphi_6'^2 + (X_F - X_G)\varphi_5'^2 + (X_D - X_F)\varphi_4'^2 + \\ + (X_C - X_D)\varphi_3'^2 \\ (Y_G - Y_H)\varphi_6'^2 + (Y_F - Y_G)\varphi_5'^2 + (Y_D - Y_F)\varphi_4'^2 + \\ + (Y_C - Y_D)\varphi_3'^2 \\ (X_I - X_H)\varphi_6'^2 + (X_K - X_I)\varphi_7'^2 + (X_C - X_K)\varphi_3'^2 \\ (Y_I - Y_H)\varphi_6'^2 + (Y_K - Y_I)\varphi_7'^2 + (Y_C - Y_K)\varphi_3'^2 \end{bmatrix}. \quad (2.115)$$

Следующее выражение дает вектор аналогов угловых ускорений звеньев по обобщенной координате  $\varphi_1$ :

$$\bar{w} = [A]^{-1} \cdot \bar{C} \quad (2.116)$$

Значения аналогов угловых ускорений звеньев исследуемого одноподвижного параллельного манипулятора V класса с двумя рабочими органами приведены в таблице 4.

Дифференцируя их проекции векторов аналогов линейных скоростей (2.104) и (2.112) по обобщенной координате  $\varphi_1$ , шарниров и рабочих точек  $P_1$  и  $P_2$  рассматриваемого одноподвижного параллельного манипулятора V класса с двумя рабочими органами линейные ускорения проецируются по обобщенной координате  $\varphi_1$  следующим образом:

$$\begin{bmatrix} W_B^X \\ W_B^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} U_B^X \\ U_B^Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \varphi_1 & \sin \varphi_1 \\ -\sin \varphi_1 & -\cos \varphi_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_B^{(1)} \\ y_B^{(1)} \end{bmatrix}, \quad (2.117)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} W_E^X \\ W_E^Y \end{bmatrix} &= \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} U_E^X \\ U_E^Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_B^X \\ W_B^Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 \\ -\sin \varphi_2 & -\cos \varphi_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_E^{(2)} \\ y_E^{(2)} \end{bmatrix} \cdot \varphi_2' + \\ &+ \begin{bmatrix} -\sin \varphi_2 & -\cos \varphi_2 \\ \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_E^{(2)} \\ y_E^{(2)} \end{bmatrix} \cdot \varphi_2'', \quad (2.118) \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} W_G^X \\ W_G^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} U_G^X \\ U_G^Y \end{bmatrix} = l_{HG} \begin{bmatrix} -\cos \varphi_6 \\ -\sin \varphi_6 \end{bmatrix} \cdot \varphi_6'^2 + l_{HG} \begin{bmatrix} -\sin \varphi_6 \\ \cos \varphi_6 \end{bmatrix} \cdot \varphi_6'', \quad (2.119)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} W_F^X \\ W_F^Y \end{bmatrix} &= \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} U_F^X \\ U_F^Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_G^X \\ W_G^Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\cos \varphi_5 & \sin \varphi_5 \\ -\sin \varphi_5 & -\cos \varphi_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_F^{(5)} \\ y_F^{(5)} \end{bmatrix} \cdot \varphi_5'^2 + \\ &+ \begin{bmatrix} -\sin \varphi_5 & -\cos \varphi_5 \\ \cos \varphi_5 & -\sin \varphi_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_F^{(5)} \\ y_F^{(5)} \end{bmatrix} \cdot \varphi_5'', \quad (2.120) \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} W_D^X \\ W_D^Y \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} U_D^X \\ U_D^Y \end{bmatrix} = l_{CD} \begin{bmatrix} -\cos \varphi_{CD} \\ -\sin \varphi_{CD} \end{bmatrix} \cdot \varphi_3'^2 + l_{CD} \begin{bmatrix} -\sin \varphi_{CD} \\ \cos \varphi_{CD} \end{bmatrix} \cdot \varphi_3'', \quad (2.121)$$

Таблица 4

$i$	$\varphi_i$	$\varphi_2''$	$\varphi_5''$	$\varphi_6''$	$\varphi_4''$	$\varphi_3''$	$\varphi_7''$
1	60,0	0,477834	0,046928	0,282373	0,253385	0,192331	0,036420
2	65,73	0,438995	0,046363	0,217175	0,216113	0,138251	0,044741
3	71,46	0,411626	0,043701	0,162214	0,184175	0,091190	0,051654
4	77,19	0,393256	0,038868	0,115175	0,156422	0,049597	0,057050
5	82,91	0,381531	0,032165	0,074265	0,132227	0,012351	0,061925
6	88,64	0,374914	0,023510	0,038148	0,111156	-0,021170	0,065166
7	94,37	0,371817	0,013048	0,005926	0,093076	-0,051490	0,067490
8	100,1	0,370756	0,001040	-0,023020	0,077794	-0,078640	0,068904
9	105,83	0,370790	-0,012700	-0,048990	0,065378	-0,102760	0,069543
10	111,56	0,370539	-0,027750	-0,072430	0,055885	-0,123700	0,068455
11	117,29	0,369461	-0,044370	-0,093250	0,049395	-0,141280	0,066514
12	123,02	0,366657	-0,062310	-0,111710	0,046347	-0,155410	0,063124
13	128,75	0,361163	-0,081810	-0,127500	0,047124	-0,165830	0,058271
14	134,48	0,352617	-0,103090	-0,140670	0,052790	-0,172590	0,052296
15	140,21	0,339809	-0,127140	-0,151050	0,065009	-0,175770	0,045368
16	145,94	0,322057	-0,155850	-0,158660	0,086825	-0,175500	0,037396
17	151,67	0,297635	-0,192880	-0,163360	0,124265	-0,172040	0,029212

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} W_I^X \\ W_I^Y \end{bmatrix} &= \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} U_I^X \\ U_I^Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \varphi_6 & \sin \varphi_6 \\ -\sin \varphi_6 & -\cos \varphi_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_I^{(6)} \\ y_I^{(6)} \end{bmatrix} \cdot \varphi_6'^2 + \\ &+ \begin{bmatrix} -\sin \varphi_6 & -\cos \varphi_6 \\ \cos \varphi_6 & -\sin \varphi_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_I^{(6)} \\ y_I^{(6)} \end{bmatrix} \cdot \varphi_6'', \end{aligned} \quad (2.122)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} W_K^X \\ W_K^Y \end{bmatrix} &= \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} U_K^X \\ U_K^Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \varphi_3 & \sin \varphi_3 \\ -\sin \varphi_3 & -\cos \varphi_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_K^{(3)} \\ y_K^{(3)} \end{bmatrix} \cdot \varphi_3'^2 + \\ &+ \begin{bmatrix} -\sin \varphi_3 & -\cos \varphi_3 \\ \cos \varphi_3 & -\sin \varphi_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_K^{(3)} \\ y_K^{(3)} \end{bmatrix} \cdot \varphi_3'', \end{aligned} \quad (2.123)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} W_{P_1}^X \\ W_{P_1}^Y \end{bmatrix} &= \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} U_{P_1}^X \\ U_{P_1}^Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_B^X \\ W_B^Y \end{bmatrix} + l_{AB} \begin{bmatrix} -\cos \varphi_2 \\ -\sin \varphi_2 \end{bmatrix} \cdot \varphi_2'^2 + \\ &+ l_{AB} \begin{bmatrix} -\sin \varphi_2 \\ \cos \varphi_2 \end{bmatrix} \cdot \varphi_2'', \end{aligned} \quad (2.124)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} W_{P_2}^X \\ W_{P_2}^Y \end{bmatrix} &= \frac{\partial}{\partial \varphi_1} \begin{bmatrix} U_{P_2}^X \\ U_{P_2}^Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_D^X \\ W_D^Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\cos \varphi_4 & \sin \varphi_4 \\ -\sin \varphi_4 & -\cos \varphi_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{P_2}^{(4)} \\ y_{P_2}^{(4)} \end{bmatrix} \varphi_4'^2 + \\ &+ \begin{bmatrix} -\sin \varphi_4 & -\cos \varphi_4 \\ \cos \varphi_4 & -\sin \varphi_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{P_2}^{(4)} \\ y_{P_2}^{(4)} \end{bmatrix} \varphi_4''. \end{aligned} \quad (2.125)$$

Значения проекций векторов аналогов линейных ускорений шарнирных звеньев и рабочих точек  $P_1$  и  $P_2$  рассматриваемого одноподвижного параллельного манипулятора  $V$  класса с двумя рабочими органами приведены в таблице 5.

Таблица 5

$i$	$\theta$ $\varphi_1$	$W_B^X$ , мм	$W_B^Y$ , мм	$W_E^X$ , мм	$W_E^Y$ , мм	$W_F^X$ , мм	$W_F^Y$ , мм	$W_G^X$ , мм	$W_G^Y$ , мм	$W_I^X$ , мм	$W_I^Y$ , мм
1	60,0	-0,66	-121,00	-54,25	-59,38	-54,12	-52,20	-50,81	-59,56	-13,04	-31,41
2	65,73	11,42	-120,46	-34,89	-61,64	-34,81	-54,54	-31,49	-61,80	-4,75	-29,75
3	71,46	23,39	-118,72	-17,86	-62,18	-17,84	-55,50	-14,65	-62,30	2,27	-27,71
4	77,19	35,13	-115,79	-2,79	-61,06	-2,84	-55,11	0,07	-61,14	8,20	-25,26
5	82,91	46,51	-111,71	10,57	-58,39	10,44	-53,47	12,93	-58,41	13,16	-22,41
6	88,64	57,43	-106,51	22,35	-54,32	22,16	-50,73	24,08	-54,29	17,21	-19,22
7	94,37	67,78	-100,24	32,63	-49,05	32,40	-47,05	33,60	-48,97	20,43	-15,75
8	100,1	77,45	-92,97	41,47	-42,79	41,21	-42,64	41,55	-42,66	22,87	-12,08
9	105,83	86,34	-84,78	48,88	-35,75	48,63	-37,70	47,95	-35,60	24,58	-8,30
10	111,56	94,37	-75,73	54,91	-28,19	54,69	-32,47	52,86	-28,02	25,59	-4,51
11	117,29	101,46	-65,93	59,58	-20,36	59,44	-27,16	56,31	-20,18	25,97	-0,81
12	123,02	107,54	-55,48	62,97	-12,50	62,94	-22,04	58,39	-12,33	25,78	2,71
13	128,75	112,54	-44,46	65,18	-4,85	65,28	-17,34	59,18	-4,70	25,08	5,97
14	134,48	116,42	-33,01	66,35	2,35	66,58	-13,35	58,81	2,50	23,97	8,90
15	140,21	119,13	-21,22	66,70	8,90	67,02	-10,40	57,42	9,07	22,52	11,42
16	145,94	120,65	-9,22	66,50	14,63	66,85	-8,93	55,17	14,85	20,82	13,51
17	151,67	120,97	2,87	66,18	19,34	66,42	-9,70	52,23	19,70	18,95	15,13

Продолжение таблицы 5

$i$	$\varphi_i^\circ$	$W_K^X, \text{ мм}$	$W_K^Y, \text{ мм}$	$W_D^X, \text{ мм}$	$W_D^Y, \text{ мм}$	$W_{P1}^X, \text{ мм}$	$W_{P1}^Y, \text{ мм}$	$W_{P2}^X, \text{ мм}$	$W_{P2}^Y, \text{ мм}$
1	60,0	-14,27	-26,68	-40,41	-10,98	-62,53	-120,69	-116,93	-8,43
2	65,73	-6,26	-23,96	-30,06	-16,45	-45,21	-117,41	-96,80	-27,47
3	71,46	0,52	-21,02	-20,66	-20,50	-29,41	-113,93	-78,40	-42,76
4	77,19	6,25	-17,83	-12,02	-23,23	-14,98	-110,00	-61,30	-54,68
5	82,91	11,01	-14,40	-4,03	-24,76	-1,80	-105,50	-45,31	-63,57
6	88,64	14,90	-10,75	3,33	-25,20	10,20	-100,38	-30,38	-69,77
7	94,37	17,97	-6,95	10,07	-24,69	21,08	-94,65	-16,55	-73,60
8	100,1	20,27	-3,11	16,12	-23,35	30,90	-88,35	-3,92	-75,37
9	105,83	21,85	0,69	21,45	-21,33	39,71	-81,58	7,39	-75,43
10	111,56	22,77	4,34	25,99	-18,80	47,59	-74,42	17,25	-74,13
11	117,29	23,08	7,72	29,69	-15,90	54,58	-66,98	25,55	-71,80
12	123,02	22,86	10,74	32,53	-12,82	60,80	-59,35	32,16	-68,82
13	128,75	22,19	13,31	34,48	-9,70	66,32	-51,61	36,97	-65,56
14	134,48	21,16	15,38	35,58	-6,69	71,27	-43,82	39,82	-62,39
15	140,21	19,84	16,92	35,88	-3,91	75,77	-36,00	40,48	-59,77
16	145,94	18,34	17,91	35,45	-1,44	80,00	-28,11	38,50	-58,24
17	151,67	16,71	18,38	34,38	0,64	84,20	-20,08	32,94	-58,66

## 4 КИНЕТОСТАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ МАНИПУЛЯТОРОВ С ДВУМЯ РАБОЧИМИ ОРГАНАМИ

### 4.1 Уравнения равновесия звеньев плоских исполнительных механизмов манипулятивных роботов параллельной структуры с двумя рабочими органами

Определить силы инерции и инерционные моменты ведущих звеньев плоских приводов манипуляторных роботов параллельной конструкции с несколькими рабочими органами возможно в результате их динамического анализа. Плоская система сил создается силами инерции звеньев, создающих плоское движение. До центра масс  $S_i$  звена можно добраться, перенеся туда плоскую систему инерционных сил  $i$ -го звена. В этом случае мы можем определить первичный вектор и первичный момент сил инерции, которые вместе составляют  $\bar{F}_{ui}$  вектор.

$$\bar{F}_{ui} = \begin{bmatrix} F_{ui}^X \\ F_{ui}^Y \\ M_{ui} \end{bmatrix}; -[M_i] \cdot \bar{a}_{Si} = - \begin{bmatrix} m_i \cdot a_{Si}^X \\ m_i \cdot a_{Si}^Y \\ I_{Si} \cdot \varepsilon_i \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

$$\bar{a}_{Si} = \begin{bmatrix} a_{Si}^X \\ a_{Si}^Y \\ \varepsilon_i \end{bmatrix} = \sum_{j=n-m+1}^n \left( \dot{q}_j^2 \cdot \begin{bmatrix} W_{Sij}^X \\ W_{Sij}^Y \\ \varphi'_{ij} \end{bmatrix} + \ddot{q}_j \begin{bmatrix} U_{Sij}^X \\ U_{Sij}^Y \\ \varphi'_{ij} \end{bmatrix} \right), \quad (3.2)$$

где  $\dot{q}_j$  и  $\ddot{q}_j$  – скорость и ускорение  $j$ -го ведущего звена.

Все внешние силы и моменты, действующие на  $i$ -е звено плоских приводов манипулятивных роботов с параллельной структурой, а также главный вектор  $\bar{F}_i$  и главный момент  $\bar{M}_i$  сил инерции будут сведены к главному вектору и главному моменту, что составит быть применен к центру масс звена  $S_i$ , как определено выражениями:

$$\left. \begin{aligned} F_i^X &= \sum_{i=1}^n F_i^X \\ F_i^Y &= \sum_{i=1}^n F_i^Y \\ M_i &= \sum_{i=1}^n M_i' + F_i^X (Y_{S_i} - Y_{T_i}) + F_i^Y (X_{T_i} - X_{S_i}) \end{aligned} \right\}, \quad (3.3)$$

Для кинетостатического анализа плоских приводов манипулятивных роботов параллельной структуры со многими рабочими органами необходимо составить уравнения равновесия их звеньев. Поскольку исследуемые приводы роботов-манипуляторов параллельной структуры со многими рабочими органами состоят из бинарных звеньев и треугольных базовых звеньев с вращательными кинематическими парами, составим уравнения равновесия для этих звеньев.

#### 4.2. Уравнения равновесия треугольного бинарного звена с вращательными кинематическими парами

Шарниры А, В и центр масс  $S_i$  расположены в координатах  $X_A, Y_A, X_B, Y_B$  и  $X_{S_i}, Y_{S_i}$  бинарного звена АВ с вращательными кинематическими парами, связанными со звеньями  $(i-1)$  и  $(i+1)$  в абсолютной системе координат  $OXY$ , где применяются главный вектор  $\bar{P}_i$  и главный момент  $\bar{M}_i$ .

Силы реакции  $\bar{R}_{i-1,i}$  и  $\bar{R}_{i+1,i}$  возникают из звеньев  $(i-1)$  и  $(i+1)$  под действием главного вектора  $\bar{P}_i$  и главного момента  $\bar{M}_i$  во вращающихся кинематических парах А и В этого бинарного звена  $i$ . Уравнения равновесия исследуемого бинарного звена АВ составим, учтя суммы проекций сил  $\bar{R}_{i-1,i}$ ,  $\bar{P}_i$  и  $\bar{R}_{i+1,i}$  на оси  $OX$  и  $OY$  в абсолютную систему координат  $OXY$  и их моментов относительно точки А (рисунок 11):

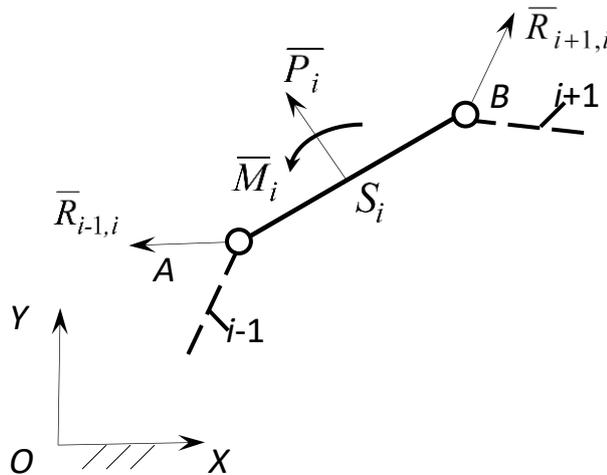


Рисунок 11 – Бинарное звено АВ с вращательными кинематическими парами

$$\left. \begin{aligned} R_{i-1,i}^X + P_i^X + R_{i+1,i}^X &= 0 \\ R_{i-1,i}^Y + P_i^Y + R_{i+1,i}^Y &= 0 \\ P_i^X(Y_A - Y_{S_i}) + P_i^Y(X_{S_i} - X_A) + M_i + \\ + R_{i+1,i}^X(Y_A - Y_B) + R_{i+1,i}^Y(X_B - X_A) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

которые представлены в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} R_{i,i-1}^X \\ R_{i,i-1}^Y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Y_A - Y_{S_i} & X_{S_i} - X_A & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_i^X \\ P_i^Y \\ M_i \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Y_A - Y_B & X_B - X_A & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_{i+1,i}^X \\ R_{i+1,i}^Y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$\bar{R}_{i,i-1} = [H_i] \cdot \bar{Q}_i + [L_{i+1,i}] \cdot \bar{R}_{i+1,i}, \quad (3.6)$$

где:

$$\bar{R}_{i,i-1} = \begin{bmatrix} R_{i,i+1}^X \\ R_{i,i+1}^Y \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{Q}_i = \begin{bmatrix} P_i^X \\ P_i^Y \\ M_i \end{bmatrix}, \quad \bar{R}_{i+1,i} = \begin{bmatrix} R_{i+1,i}^X \\ R_{i+1,i}^Y \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$[H_i] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Y_A - Y_{S_i} & X_{S_i} - X_A & 1 \end{bmatrix}, \quad [L_{i+1,i}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Y_A - Y_B & X_B - X_A & 1 \end{bmatrix}.$$

### 4.3 Уравнения равновесия треугольного звена с вращательными кинематическими парами

Координаты  $X_A, Y_A, X_B, Y_B$  и  $X_{S_i}, Y_{S_i}$  шарниров А, В, С и центр масс  $S_i$  заданы в абсолютной системе координат  $OXY$ , где приложены главный вектор  $\bar{P}_i$  и главный момент  $\bar{M}_i$ , и треугольное базовое звено АВС с вращательными кинематическими парами, соединенными со звеньями.  $(i-1)$  и  $(i+1)$  (рис. 13).

В трех вращательных кинематических парах А, В и С рассматриваемого базового звена  $i$  под действием главного вектора  $\bar{P}_i$  и главного момента  $\bar{M}_i$  возникают силы реакции  $\bar{R}_{i-1,i}$ ,  $\bar{P}_i$ ,  $\bar{R}_{i+1,i}$  и  $\bar{R}_{i+2,i}$ . Спроецируем силы  $R_{i-1}$ ,  $R_{i+1}$  и  $R_{i+2}$  на оси  $OX$  и  $OY$  в абсолютной системе координат  $OXY$  и рассмотрим их моменты относительно точки А. Тогда уравнения равновесия для этого основного звена будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} R_{i-1,i}^X + P_i^X + R_{i+1,i}^X + R_{i+2,i}^X &= 0 \\ R_{i-1,i}^Y + P_i^Y + R_{i+1,i}^Y + R_{i+2,i}^Y &= 0 \\ P_i^X(Y_A - Y_{S_i}) + P_i^Y(X_{S_i} - X_A) + M_i + R_{i+1,i}^X(Y_A - Y_B) + \\ + R_{i+1,i}^Y(X_B - X_A) + R_{i+2,i}^X(Y_A - Y_C) + R_{i+2,i}^Y(X_C - X_A) &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (3.7)$$

которые представлены в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} R_{i,i-1}^X \\ R_{i,i-1}^Y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Y_A - Y_{S_i} & X_{S_i} - X_A & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_i^X \\ P_i^Y \\ M_i \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Y_A - Y_B & X_B - X_A & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_{i+1,i}^X \\ R_{i+1,i}^Y \\ 0 \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Y_A - Y_C & X_C - X_A & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_{i+2,i}^X \\ R_{i+2,i}^Y \\ 0 \end{bmatrix} + \quad (3.8)$$

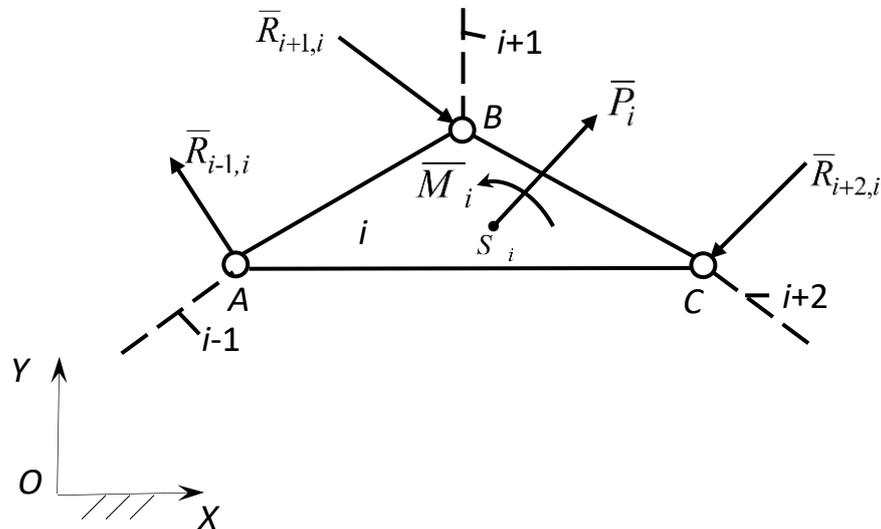


Рисунок 13 - Треугольное базовое звено с вращательными кинематическими парами

$$\bar{R}_{i,i-1} = [H_i] \cdot \bar{Q}_i + [L_{i+1,i}] \cdot \bar{R}_{i+1,i} + [L_{i+2,i}] \cdot \bar{R}_{i+2,i}. \quad (3.9)$$

#### 4.4. Кинестатический анализ одноподвижного параллельного манипулятора V класса с двумя рабочими органами

Все внешние силы и моменты, действующие на звенья одноподвижного параллельного манипулятора V класса с двумя рабочими органами (рисунок 3.2), а также силы инерции и инерционные моменты приводятся к центрам масс звеньев  $S_i (i = 1, 2, \dots, 7)$  и основные векторы  $\bar{P}_i$  и основные моменты  $\bar{M}_i$ . Необходимо определить силы реакции в кинематических парах рассматриваемого параллельного манипулятора, возникающие под действием главных векторов и главных моментов.

Исследуемый параллельный манипулятор имеет структурную формулу:

$$I(7) \rightarrow V(1,2,3,4,5,6). \quad (3.10)$$

В результате сначала необходимо кинестатически проанализировать группу V класса 3-го порядка, а затем ведущее звено 7. Координаты и ускорения центров масс, а также проекции главных векторов и значения главных векторов моменты

на всех подвижных звеньях рассматриваемого манипулятора  $V$  класса приведены в таблицах 6–10.

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{R}_{21} &= [H_2] \cdot \bar{Q}_2 + [L_{32}] \cdot \bar{R}_{32} + [L_{42}] \cdot \bar{R}_{42} \\
 \bar{R}_{30} &= [H_3] \cdot \bar{Q}_3 + [L_{23}] \cdot \bar{R}_{23} + [L_{63}] \cdot \bar{R}_{63} \\
 \bar{R}_{50} &= [H_5] \cdot \bar{Q}_5 + [L_{45}] \cdot \bar{R}_{45} + [L_{65}] \cdot \bar{R}_{65} \\
 \bar{R}_{17} &= [H_1] \cdot \bar{Q}_1 + [L_{21}] \cdot \bar{R}_{21} \\
 \bar{R}_{42} &= [H_4] \cdot \bar{Q}_4 + [L_{54}] \cdot \bar{R}_{54} \\
 \bar{R}_{63} &= [H_6] \cdot \bar{Q}_6 + [L_{56}] \cdot \bar{R}_{56}
 \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

Таблица 6

$i$	$R_{50}^x, \text{H}$	$R_{50}^y, \text{H}$	$M_{50\delta}, \text{H}\cdot\text{MM}$	$R_{60}^x, \text{H}$	$R_{60}^y, \text{H}$	$M_{60\delta}, \text{H}\cdot\text{MM}$
1	3.337083601	-71.60894832	0.397150249	3.337083601	-71.60894832	0.397150249
2	11.29494746	-66.78381144	1.403462451	11.29494746	-66.78381144	1.403462451
3	19.76619638	-61.71839356	2.560043554	19.76619638	-61.71839356	2.560043554
4	28.68416912	-56.3627026	3.833271236	28.68416912	-56.3627026	3.833271236
5	38.01442652	-50.62021612	5.19345942	38.01442652	-50.62021612	5.19345942
6	47.70227669	-44.39594271	6.608803239	47.70227669	-44.39594271	6.608803239
7	57.70566263	-37.57794193	8.050973675	57.70566263	-37.57794193	8.050973675
8	67.97634991	-30.04055107	9.494228797	67.97634991	-30.04055107	9.494228797
9	78.46944995	-21.64448579	10.91700226	78.46944995	-21.64448579	10.91700226
10	89.10035655	-12.21972502	12.29842256	89.10035655	-12.21972502	12.29842256
11	99.82764123	-1.608043185	13.62654985	99.82764123	-1.608043185	13.62654985
12	110.6544537	10.45809755	14.90405991	110.6544537	10.45809755	14.90405991
13	121.5353502	24.25613348	16.12896017	121.5353502	24.25613348	16.12896017
14	132.576361	40.18112727	17.32573095	132.576361	40.18112727	17.32573095
15	144.0331741	58.87883889	18.53470392	144.0331741	58.87883889	18.53470392
16	156.4099537	81.37083748	19.831536	156.4099537	81.37083748	19.831536
17	170.9121251	109.6084708	21.36347686	170.9121251	109.6084708	21.36347686

Таблица 7

$i$	$x_{S_1}$ , мм	$y_{S_1}$ , мм	$x_{S_2}$ , мм	$y_{S_2}$ , мм	$x_{S_3}$ , мм	$y_{S_3}$ , мм	$x_{S_4}$ , мм
1	230.7533	323.0833	315.2367	284.9833	288.7433	114.0867	510.93
2	221.0	320.54	305.2767	281.8433	284.2533	112.1067	499.96
3	210.8133	317.21	294.95	278.0933	279.6267	109.8133	488.41
4	200.37	313.0933	284.4267	273.74	274.9467	107.2167	476.4367
5	189.8267	308.2233	273.8667	268.78	270.2867	104.3233	464.2033
6	179.3267	302.6267	263.4067	263.2467	265.7067	101.16	451.8333
7	168.98	296.3567	253.1667	257.1833	261.2567	97.75333	439.4667
8	158.9133	289.4667	243.2533	250.6333	256.9833	94.13333	427.2033
9	149.2133	282.0267	233.7533	243.6467	252.9233	90.32667	415.1567
10	139.96	274.1067	224.75	236.3067	249.1033	86.38333	403.4
11	131.2233	265.78	216.2933	228.67	245.5467	82.33333	392.0133
12	123.0567	257.1333	208.4367	220.8067	242.2667	78.22	381.0467
13	115.5067	248.2367	201.2033	212.7867	239.2667	74.07667	370.55
14	108.6067	239.1733	194.62	204.6833	236.5433	69.95	360.5467
15	102.3867	230.0033	188.69	196.53	234.0967	65.86	351.0533
16	96.86667	220.8033	183.4167	188.3967	231.91	61.84667	342.06
17	92.06333	211.6267	178.7933	180.3	229.9767	57.93	333.5533

Продолжение таблицы 7

$i$	$y_{S_4}$ , мм	$x_{S_5}$ , мм	$y_{S_5}$ , мм	$x_{S_6}$ , мм	$y_{S_6}$ , мм	$x_{S_7}$ , мм	$y_{S_7}$ , мм
1	329.7533	468.1267	115.3167	337.06	111.52	134.33	148.5
2	330.4333	464.8767	114.82	333.43	108.865	128.29	148.23
3	330.7167	461.4967	114.1867	329.73	105.935	122.305	147.36
4	330.5533	458.0367	113.4167	326.03	102.75	116.435	145.895
5	329.8933	454.5567	112.5133	322.4	99.35	110.745	143.855
6	328.71	451.09	111.48	318.885	95.76	105.285	141.255
7	327.0	447.6833	110.3333	315.52	92.025	100.11	138.12
8	324.7667	444.3667	109.0867	312.34	88.185	95.275	134.485
9	322.03	441.1733	107.7633	309.375	84.27	90.83	130.39
10	318.8067	438.1267	106.3733	306.64	80.325	86.815	125.865
11	315.14	435.24	104.9433	304.145	76.38	83.27	120.965
12	311.0533	432.53	103.5	301.89	72.485	80.23	115.74
13	306.5933	430.0067	102.0567	299.88	68.66	77.73	110.23
14	301.7833	427.6667	100.6367	298.095	64.945	75.79	104.505
15	296.6467	425.52	99.25	296.535	61.355	74.435	98.61
16	291.2	423.5533	97.91667	295.18	57.915	73.675	92.61
17	285.43	421.7667	96.64333	294.02	54.63	73.515	86.565

Таблица 8

$i$	$a_{S_1}^x, \text{мм/с}^2$	$a_{S_1}^y, \text{мм/с}^2$	$a_{S_2}^x, \text{мм/с}^2$	$a_{S_2}^y, \text{мм/с}^2$	$a_{S_3}^x, \text{мм/с}^2$	$a_{S_3}^y, \text{мм/с}^2$	$a_{S_4}^x, \text{мм/с}^2$
1	-39.1467	-100.357	-53.06	-57.0467	-21.2833	-30.3233	-70.4867
2	-22.8933	-99.8367	-33.73	-59.3267	-12.08	-30.5167	-53.89
3	-7.96	-98.2767	-16.7833	-59.9933	-4.12667	-30.0033	-38.9667
4	5.786667	-95.6167	-1.85333	-59.1033	2.756667	-28.8	-25.3867
5	18.42667	-91.8667	11.31333	-56.7567	8.696667	-26.94	-12.9667
6	29.99333	-87.07	22.86333	-53.1133	13.76333	-24.5033	-1.63
7	40.49667	-81.3133	32.87667	-48.3567	18.01	-21.5733	8.64
8	49.94	-74.7033	41.41	-42.6967	21.47333	-18.2467	17.80333
9	58.31	-67.37	48.48667	-36.35	24.17667	-14.6333	25.82333
10	65.62333	-59.4467	54.15333	-29.56	26.15	-10.8433	32.64333
11	71.87333	-51.09	58.44333	-22.5667	27.42667	-6.99667	38.22667
12	77.10333	-42.4433	61.43333	-15.6233	28.05667	-3.20667	42.54333
13	81.34667	-33.64	63.21333	-8.96333	28.08667	0.423333	45.57667
14	84.68	-24.8267	63.91333	-2.83333	27.59333	3.8	47.32667
15	87.2	-16.1067	63.71333	2.523333	26.64667	6.83	47.79333
16	89.05	-7.56667	62.84	6.85	25.33	9.453333	46.93333
17	90.45	0.71	61.61	9.78	23.72667	11.61	44.58

Продолжение таблицы 8

$i$	$a_{S_4}^y, \text{мм/с}^2$	$a_{S_5}^x, \text{мм/с}^2$	$a_{S_5}^y, \text{мм/с}^2$	$a_{S_6}^x, \text{мм/с}^2$	$a_{S_6}^y, \text{мм/с}^2$	$a_{S_7}^x, \text{мм/с}^2$	$a_{S_7}^y, \text{мм/с}^2$
1	-23.87	-18.2267	-12.5533	-13.655	-29.045	-0.33	-60.5
2	-32.82	-12.1067	-13.47	-5.505	-26.855	5.71	-60.23
3	-39.5867	-6.71333	-13.84	1.395	-24.365	11.695	-59.36
4	-44.34	-1.92333	-13.6867	7.225	-21.545	17.565	-57.895
5	-47.2667	2.326667	-13.0533	12.085	-18.405	23.255	-55.855
6	-48.5667	6.076667	-11.9833	16.055	-14.985	28.715	-53.255
7	-48.4467	9.346667	-10.5467	19.2	-11.35	33.89	-50.12
8	-47.12	12.13	-8.82	21.57	-7.595	38.725	-46.485
9	-44.82	14.43333	-6.88	23.215	-3.805	43.17	-42.39
10	-41.8	16.25333	-4.82	24.18	-0.085	47.185	-37.865
11	-38.2867	17.59	-2.72667	24.525	3.455	50.73	-32.965
12	-34.56	18.46333	-0.69333	24.32	6.725	53.77	-27.74
13	-30.8667	18.89	1.203333	23.635	9.64	56.27	-22.23
14	-27.4767	18.91333	2.896667	22.565	12.14	58.21	-16.505
15	-24.6933	18.57333	4.336667	21.18	14.17	59.565	-10.61
16	-22.87	17.93	5.49	19.58	15.71	60.325	-4.61
17	-22.5733	17.03	6.34	17.83	16.755	60.485	1.435

Таблица 9

$i$	$F_1^x, \text{H}$	$F_1^y, \text{H}$	$F_2^x, \text{H}$	$F_2^y, \text{H}$	$F_3^x, \text{H}$	$F_3^y, \text{H}$	$F_4^x, \text{H}$
1	0.05872005	-63.5494645	0.07959	-14.61443	0.03192495	-14.65451505	0.10573005
2	0.03433995	-63.55024495	0.050595	-14.61101	0.01812	-14.65422495	0.080835
3	0.01194	-63.55258495	0.02517495	-14.6100101	0.006190005	-14.65499505	0.05845005
4	-0.008680001	-63.55657495	0.002779995	-14.6113451	-0.004135001	-14.6568	0.03808005
5	-0.027640005	-63.56219995	-0.01697	-14.614865	-0.013045001	-14.65959	0.01945005
6	-0.044989995	-63.569395	-0.034295	-14.6203301	-0.020644995	-14.66324505	0.002445
7	-0.060745005	-63.57803005	-0.04931501	-14.627465	-0.027015	-14.66764005	-0.01296
8	-0.07491	-63.58794505	-0.062115	-14.635955	-0.032209995	-14.67262995	-0.026705
9	-0.087465	-63.598945	-0.07273001	-14.645475	-0.036265005	-14.67805005	-0.038735
10	-0.098434995	-63.61082995	-0.08123	-14.65566	-0.039225	-14.68373505	-0.048965
11	-0.107809995	-63.623365	-0.087665	-14.66615	-0.041140005	-14.689505	-0.05734001
12	-0.115654995	-63.63633505	-0.09215	-14.6765651	-0.042085005	-14.69519	-0.063815
13	-0.122020005	-63.64954	-0.09482	-14.686555	-0.042130005	-14.700635	-0.06836501
14	-0.12702	-63.66275995	-0.09587	-14.69575	-0.041389995	-14.7057	-0.07099001
15	-0.1308	-63.67583995	-0.09557	-14.703785	-0.039970005	-14.710245	-0.07169
16	-0.133575	-63.68865	-0.09426	-14.710275	-0.037995	-14.71418	-0.0704
17	-0.135675	-63.701065	-0.092415	-14.71467	-0.035590005	-14.717415	-0.06687

Таблица 10

$i$	$F_4^y, \text{H}$	$F_5^x, \text{H}$	$F_5^y, \text{H}$	$F_6^x, \text{H}$	$F_6^y, \text{H}$	$F_7^x, \text{H}$	$F_7^y, \text{H}$
1	-63.664195	0.02734005	-14.68117005	0.0068275	-4.8854775	0.000165	-4.86975
2	-63.65077	0.01816005	-14.679795	0.0027525	-4.8865725	-0.002855	-4.869885
3	-63.64061995	0.010069995	-14.67924	-0.0006975	-4.8878175	-0.0058475	-4.87032
4	-63.63349	0.002884995	-14.67946995	-0.0036125	-4.8892275	-0.0087825	-4.8710525
5	-63.62909995	-0.003490001	-14.68042005	-0.0060425	-4.8907975	-0.0116275	-4.8720725
6	-63.62714995	-0.009115001	-14.68202505	-0.0080275	-4.8925075	-0.0143575	-4.8733725
7	-63.62732995	-0.014020001	-14.68417995	-0.0096	-4.894325	-0.016945	-4.87494
8	-63.62932	-0.018195	-14.68677	-0.010785	-4.8962025	-0.0193625	-4.8767575
9	-63.63277	-0.021649995	-14.68968	-0.0116075	-4.8980975	-0.021585	-4.878805
10	-63.6373	-0.024379995	-14.69277	-0.01209	-4.8999575	-0.0235925	-4.8810675
11	-63.64256995	-0.026385	-14.69591	-0.0122625	-4.9017275	-0.025365	-4.8835175
12	-63.64816	-0.027694995	-14.69896	-0.01216	-4.9033625	-0.026885	-4.88613
13	-63.65369995	-0.028335	-14.701805	-0.0118175	-4.90482	-0.028135	-4.888885
14	-63.65878495	-0.028369995	-14.704345	-0.0112825	-4.90607	-0.029105	-4.8917475
15	-63.66296005	-0.027859995	-14.706505	-0.01059	-4.907085	-0.0297825	-4.894695
16	-63.665695	-0.026895	-14.708235	-0.00979	-4.907855	-0.0301625	-4.897695
17	-63.66614005	-0.025545	-14.70951	-0.008915	-4.9083775	-0.0302425	-4.9007175

$$\begin{aligned}
& \left. \begin{aligned}
& \begin{bmatrix} R_{21}^X \\ R_{21}^Y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Y_E - Y_{S_2} & X_{S_2} - X_E & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_2^X \\ P_2^Y \\ M_2 \end{bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Y_E - Y_G & X_G - X_E & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_{32}^X \\ R_{32}^Y \\ 0 \end{bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Y_E - Y_F & X_F - X_E & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_{42}^X \\ R_{42}^Y \\ 0 \end{bmatrix} \\
\text{или} & \begin{bmatrix} R_{30}^X \\ R_{30}^Y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Y_H - Y_{S_3} & X_{S_3} - X_H & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_3^X \\ P_3^Y \\ M_3 \end{bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Y_H - Y_G & X_G - X_H & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_{23}^X \\ R_{23}^Y \\ 0 \end{bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Y_H - Y_I & X_I - X_H & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_{63}^X \\ R_{63}^Y \\ 0 \end{bmatrix} \\
& \begin{bmatrix} R_{50}^X \\ R_{50}^Y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Y_C - Y_{S_5} & X_{S_5} - X_C & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_5^X \\ P_5^Y \\ M_5 \end{bmatrix} +
\end{aligned} \right) \quad (3.12)
\end{aligned}$$

Система матричных уравнений (3.12) представляется в виде системы линейных уравнений:

$$\begin{aligned}
R_{21}^X &= P_2^X + R_{32}^X + R_{42}^X \\
R_{21}^Y &= P_2^Y + R_{32}^Y + R_{42}^Y \\
0 &= P_2^X (Y_E - Y_{S_2}) + P_2^Y (X_{S_2} - X_E) + M_2 + R_{32}^X (Y_E - Y_G) + \\
&\quad + R_{32}^Y (X_G - X_E) + R_{42}^X (Y_E - Y_F) + R_{42}^Y (X_F - X_E) \\
R_{30}^X &= P_3^X + R_{23}^X + R_{63}^X \\
R_{30}^Y &= P_3^Y + R_{23}^Y + R_{63}^Y \\
0 &= P_3^X (Y_H - Y_{S_3}) + P_3^Y (X_{S_3} - X_H) + M_3 + R_{23}^X (Y_H - Y_G) + \\
&\quad + R_{23}^Y (X_G - X_H) + R_{63}^X (Y_H - Y_I) + R_{63}^Y (X_I - X_H) \\
R_{50}^X &= P_5^X + R_{45}^X + R_{65}^X \\
R_{50}^Y &= P_5^Y + R_{45}^Y + R_{65}^Y \\
0 &= P_5^X (Y_C - Y_{S_5}) + P_5^Y (X_{S_5} - X_C) + M_5 + R_{45}^X (Y_C - Y_D) + \\
&\quad + R_{45}^Y (X_D - X_C) + R_{65}^X (Y_C - Y_K) + R_{65}^Y (X_K - X_C) \\
R_{17}^X &= P_1^X + R_{21}^X \\
R_{17}^Y &= P_1^Y + R_{21}^Y \\
0 &= P_1^X (Y_B - Y_{S_1}) + P_1^Y (X_{S_1} - X_B) + M_1 + \\
&\quad + R_{21}^X (Y_B - Y_E) + R_{21}^Y (X_E - X_B) \\
R_{42}^X &= P_4^X + R_{54}^X \\
R_{42}^Y &= P_4^Y + R_{54}^Y \\
0 &= P_4^X (Y_F - Y_{S_4}) + P_4^Y (X_{S_4} - X_F) + M_4 + \\
&\quad + R_{54}^X (Y_F - Y_D) + R_{54}^Y (X_D - X_F) \\
R_{63}^X &= P_6^X + R_{56}^X \\
R_{63}^Y &= P_6^Y + R_{56}^Y \\
0 &= P_6^X (Y_I - Y_{S_6}) + P_6^Y (X_{S_6} - X_I) + M_6 + \\
&\quad + R_{56}^X (Y_I - Y_K) + R_{56}^Y (X_K - X_I)
\end{aligned} \tag{3.13}$$

который принимает вид матрицы:

$$[A_2] \cdot \vec{X}_2 = \vec{B}_2, \tag{3.14}$$

где:

$$[A_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_G - Y_E & X_E - X_G & Y_F - Y_E & X_E - X_F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & Y_H - Y_G & X_G - X_H & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_I - Y_H \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Y_E - Y_B & X_B - X_E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ X_H - X_I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_D - Y_C & X_C - X_D & Y_K - Y_C & X_C - X_K & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_F - Y_D & X_D - X_F & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_F - Y_D & X_D - X_F & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{X}_2 = \begin{bmatrix} R_{21}^X \\ R_{21}^Y \\ R_{32}^X \\ R_{32}^Y \\ R_{42}^X \\ R_{42}^Y \\ R_{30}^X \\ R_{30}^Y \\ R_{63}^X \\ R_{63}^Y \\ R_{50}^X \\ R_{50}^Y \\ R_{45}^X \\ R_{45}^Y \\ R_{65}^X \\ R_{65}^Y \\ R_{17}^X \\ R_{17}^Y \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_1 = \begin{bmatrix} P_2^X \\ P_2^Y \\ P_2^X(Y_E - Y_{S_2}) + P_2^Y(X_{S_2} - X_E) + M_2 \\ P_3^X \\ P_3^Y \\ P_3^X(Y_H - Y_{S_3}) + P_3^Y(X_{S_3} - X_H) + M_3 \\ P_5^X \\ P_5^Y \\ P_5^X(Y_C - Y_{S_5}) + P_5^Y(X_{S_5} - X_C) + M_5 \\ P_1^X \\ P_1^Y \\ P_1^X(Y_B - Y_{S_1}) + P_1^Y(X_{S_1} - X_B) + M_1 \\ P_4^X \\ P_4^Y \\ P_4^X(Y_F - Y_{S_4}) + P_4^Y(X_{S_4} - X_F) + M_4 \\ P_4^X \\ P_4^Y \\ P_4^X(Y_F - Y_{S_4}) + P_4^Y(X_{S_4} - X_F) + M_4 \end{bmatrix}.$$

По матричному уравнению рассчитываются проекции векторов сил реакции в кинематических парах группы  $V(1,2,3,4,5,6)$ :

$$\bar{X}_2 = [A_2]^{-1} \cdot \bar{B}_2 \quad (3.15)$$

под условием  $\det|A_2| \neq 0$ .

Значения проекций сил реакции в кинематических парах  $V$  группы  $(1,2,3,4,5,6)$  исследуемого двухподвижного параллельного манипулятора  $V$  класса с двумя рабочими органами приведены в таблице 11.

Составим матричное уравнение его равновесия для оценки проекций вектора силы реакции в шарнире  $A$  и движущего момента  $M_{7\partial 6}$  ведущего звена 7.

$$\bar{R}_{70} = [H_7] \cdot \bar{Q}_7 + [L_{17}] \cdot \bar{R}_{17} \quad (3.16)$$

ИЛИ

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} R_{70}^X \\ R_{70}^Y \\ M_{7\partial 6} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Y_A - Y_{S_7} & X_{S_7} - X_A & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_7^X \\ P_7^Y \\ M_7 \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Y_A - Y_B & X_B - X_A & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_{17}^X \\ R_{17}^Y \\ 0 \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

Матричное уравнение (3.17) представляется в виде системы линейных уравнений:

$$\left. \begin{aligned}
 R_{70}^X &= P_7^X + R_{17}^X \\
 R_{70}^Y &= P_7^Y + R_{17}^Y \\
 M_{7\partial 6} &= P_7^X(Y_A - Y_{S_7}) + P_7^Y(X_{S_7} - X_A) + M_7 + \\
 &+ R_{17}^X(Y_A - Y_B) + R_{17}^Y(X_B - X_A)
 \end{aligned} \right\}. \tag{3.18}$$

Таблица 11

$i$	$R_{21}^x, \text{H}$	$R_{21}^y, \text{H}$	$R_{32}^x, \text{H}$	$R_{32}^y, \text{H}$	$R_{42}^x, \text{H}$	$R_{42}^y, \text{H}$
1	-6.967991159	63.93241461	-23.3905303	61.26051731	16.34294917	17.28632725
2	-13.26757888	60.45512261	-23.5362756	57.6932481	10.21810172	17.37288446
3	-19.78202049	56.84092978	-23.2264418	54.2238963	3.419246332	17.22704353
4	-26.42842323	53.07325981	-22.3908453	50.88712961	-4.040357974	16.79747526
5	-33.13329728	49.1095004	-20.9386679	47.69178946	-12.17765935	16.03257589
6	-39.82507804	44.89901995	-18.787775	44.6317942	-21.00300808	14.8875558
7	-46.43658442	40.39207307	-15.8498424	41.72310975	-30.53742702	13.29642826
8	-52.89998729	35.53017922	-12.0147564	38.95592263	-40.82311588	11.21021154
9	-59.15395173	30.25590946	-7.16536636	36.33625715	-51.91585536	8.565127309
10	-65.11286408	24.49120978	-1.1461805	33.8530346	-63.88545358	5.29383518
11	-70.73180078	18.18684321	6.196819189	31.52640551	-76.84095497	1.32658765
12	-75.95721086	11.25011814	15.14432057	29.3630979	-91.00938143	-3.436414704
13	-80.7316695	3.594828458	25.98286938	27.38520145	-106.6197189	-9.103817994
14	-85.05138489	-4.88384494	39.15460093	25.63882183	-124.1101158	-15.82691677
15	-88.95132905	-14.35142387	55.3280227	24.20037025	-144.1837818	-23.84800912
16	-92.52722749	-25.06332016	75.5501048	23.17621335	-167.9830723	-33.52925851
17	-96.05610832	-37.46797537	101.6631332	22.77543425	-197.6268265	-45.52873963

Продолжение таблицы 11

$i$	$R_{30}^x, \text{н}$	$R_{30}^y, \text{н}$	$R_{63}^x, \text{н}$	$R_{63}^y, \text{н}$	$R_{50}^x, \text{н}$	$R_{50}^y, \text{н}$
1	20.96166643	-79.00125359	-2.460788858	-3.086221226	-13.74226272	-97.43094858
2	25.49788307	-74.28265744	1.94348747	-1.935184386	-12.05984164	-98.65483757
3	30.53926668	-69.40709436	7.306634909	-0.528203006	-10.6580587	-99.90651797
4	36.12953469	-64.36822827	13.74282444	1.17570134	-9.66511392	-101.175364
5	42.36223146	-59.10727077	21.43660853	3.244108683	-9.249031628	-102.4770021
6	49.31055849	-53.5534578	30.54342852	5.741581449	-9.555117935	-103.8308197
7	57.08707278	-47.63557589	41.26424538	8.755173913	-10.76339836	-105.2574371
8	65.79580282	-41.2427863	53.8132564	12.38576628	-13.04582552	-106.8082703
9	75.56577095	-34.24889851	68.43666959	16.76540869	-16.59280672	-108.5510835
10	86.51345298	-26.51324519	85.40649748	22.02352445	-21.60647889	-110.5473871
11	98.78916476	-17.86924855	105.027124	28.34666196	-28.28215649	-112.9134571
12	112.6054934	-8.068108304	127.791899	35.99017959	-36.88618754	-115.8042474
13	128.2136633	3.141713376	154.2386627	45.22754983	-47.72746134	-119.3840568
14	145.9961259	16.12870424	185.1921168	56.47322607	-61.19264347	-123.9155093
15	166.6465013	31.44015543	222.014494	70.35077069	-77.94085223	-129.7793116
16	191.264448	49.92462011	266.8525478	87.81501346	-98.9765605	-137.5675399
17	222.0396385	73.09071219	323.7383617	110.5835614	-126.2128652	-148.3388494

Продолжение таблицы 11

$i$	$R_{45}^x, \text{н}$	$R_{45}^y, \text{н}$	$R_{65}^x, \text{н}$	$R_{65}^y, \text{н}$	$R_{17}^x, \text{н}$	$R_{17}^y, \text{н}$
1	-16.23721912	-80.95052225	2.467616358	-1.799256274	-6.909271109	0.382950114
2	-10.13726672	-81.02365446	-1.94073497	-2.951388114	-13.23323893	-3.095122344
3	-3.360796282	-80.86766348	-7.307332409	-4.359614494	-19.77008049	-6.711655172
4	4.078438024	-80.43096526	-13.74643694	-6.06492884	-26.43710323	-10.48331514
5	12.1971094	-79.66167584	-21.44265103	-8.134906183	-33.16093729	-14.45269955
6	21.00545308	-78.51470575	-30.55145602	-10.63408895	-39.87006804	-18.67037505
7	30.52446702	-76.92375821	-41.27384538	-13.64949891	-46.49732942	-23.18595698
8	40.79641089	-74.83953154	-53.8240414	-17.28196878	-52.97489729	-28.05776583
9	51.87712037	-72.19789731	-68.44827709	-21.66350619	-59.24141673	-33.34303554
10	63.83648858	-68.93113518	-85.41858748	-26.92348195	-65.21129907	-39.11962017
11	76.78361497	-64.9691576	-105.0393865	-33.24838946	-70.83961077	-45.43652179
12	90.94556643	-60.2117453	-127.804059	-40.89354209	-76.07286585	-52.38621691
13	106.5513539	-54.54988196	-154.2504802	-50.13236983	-80.85368951	-60.05471154
14	124.0391258	-47.83186818	-185.2033993	-61.37929607	-85.17840489	-68.54660489
15	144.1120918	-39.81495093	-222.025084	-75.25785569	-89.08212905	-78.02726382
16	167.9126723	-30.13643649	-266.8623378	-92.72286846	-92.66080249	-88.75197016
17	197.5599565	-18.13740042	-323.7472767	-115.4919389	-96.19178332	-101.1690404

Проекции вектора силы реакции в шарнире  $A$  задаются первыми двумя уравнениями системы (3.17), а приводной момент  $M_{7\partial\theta}$  ведущего звена 7 определяется третьим уравнением. Значения проекций векторов сил реакции в кинематических парах, а также движущего момента ведущего звена 7 рассматриваемого одноподвижного параллельного манипулятора  $V$  класса с двумя рабочими органами приведены в таблице 12.

Таблица 12

$i$	$R_{70}^x, \text{H}$	$R_{70}^y, \text{H}$	$M_{7\partial\theta}, \text{H}\cdot\text{мм}$
1	-6.909106109	-4.486799886	0.834657551
2	-13.23609393	-7.965007344	1.657401259
3	-19.77592799	-11.58197517	2.56139507
4	-26.44588573	-15.35436764	3.515499544
5	-33.17256479	-19.32477205	4.490552861
6	-39.88442554	-23.54374755	5.459504086
7	-46.51427442	-28.06089698	6.398497465
8	-52.99425979	-32.93452333	7.287902665
9	-59.26300173	-38.22184054	8.112857999
10	-65.23489157	-44.00068767	8.861376734
11	-70.86497577	-50.32003929	9.529022039
12	-76.09975085	-57.27234691	10.11760936
13	-80.88182451	-64.94359654	10.62903527
14	-85.20750989	-73.43835239	11.07716389
15	-89.11191155	-82.92195882	11.47757922
16	-92.69096499	-93.64966516	11.8578503
17	-96.22202582	-106.0697579	12.2587249

## 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИЗГОТОВЛЕНИЕ 3D МОДЕЛИ

### 5.1 Проектирование параллельного манипулятора для автоматизации штамповки металла на кулачково-винтовом прессе

В КазНИТУ им. К. И. Сатпаева проводится научная работа по проектированию ПМ с несколькими рабочими органами под руководством профессора Байгунчекова Ж. Ж. [64-65]. Кафедра «Машиностроение» стремится внедрить и воплотить достижения изыскательных работ. Наглядным примером является построенный профессором Аскарковым Е. С., прототип нового пресса, имеющий кулачково-винтовой механизм для обработки металлических деталей давлением [66]. На рисунке 14 показан общий вид кулачково-винтового пресса. Данный пресс был успешно протестирован на кафедре и получены следующие характеристики: усилие 50-55 кН, мощность привода 1,5 кВт, ход ползуна 35 мм, частота вращения вала 120 мин<sup>-1</sup>, размеры 600x586x1650 мм. При испытаниях обрабатывалась заготовка из нержавеющей стали с толщиной 2мм и шириной 36 мм с глубиной деформации 32 мм. Для проектирования плоского ПМ были взяты геометрические параметры рабочей зоны данного пресса.



Рисунок 14 – Фото общего вида пресса

Нововведением является создание кулачкового механизма перемещающаяся площадь контакта, которого перемещается за счет вогнутостей сопряженных звеньев, направленных в одну сторону. Данная особенность понизит удельное давление и износ профилей механизма (Рисунок 15).

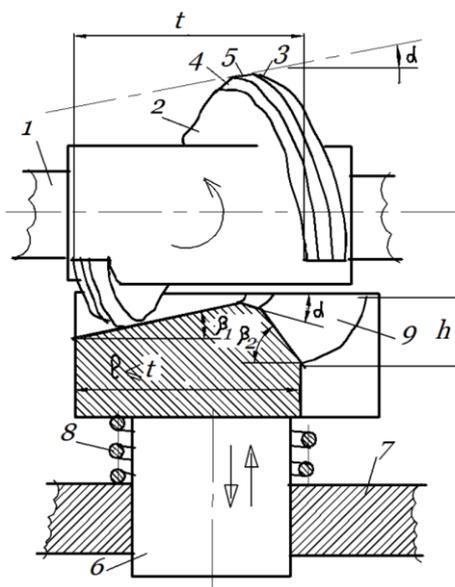


Рисунок 15 – Схема кулачково-винтового механизма.

Представленная конструкция кулачково-винтового пресса имеет ряд преимуществ перед кривошипным прессом и одними из многих являются малые размеры устройства, общий вид с размерами представлен на рисунке 16.

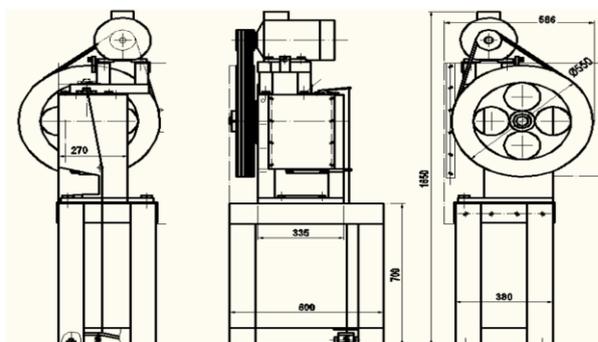
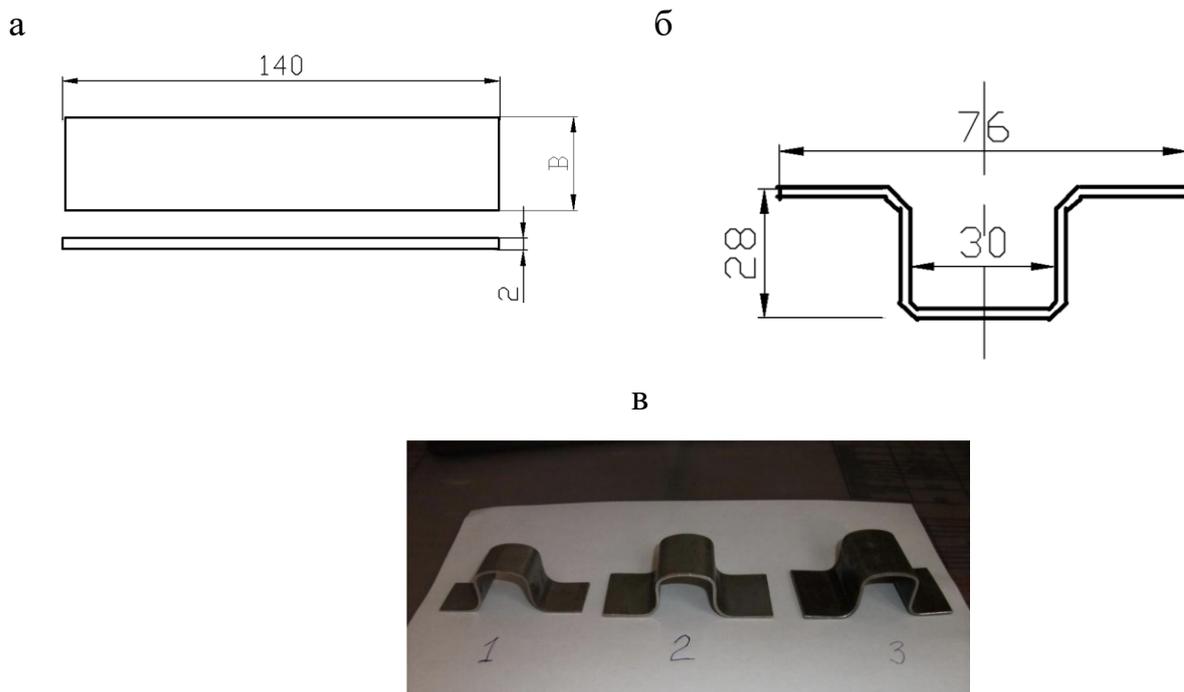


Рисунок 16 – Общий вид прототипа кулачково-винтового пресса с размерами в миллиметрах.

Параметр компактности данного прототипа наложил ограничения на рабочую зону пресса, что у оператора изделия вызывает сложности с установкой и извлечением заготовки. Размеры заготовки до и после обработки приведены на рисунке 17.



а) Размеры заготовки до обработки б) Размеры заготовки после обработки  
в) обработанные изделия с помощью штамповки

Рисунок 17 – Размеры заготовки до и после обработки с фотографией готового изделия.

Современные решения автоматизации данного пресса можно сделать за счет установки малого промышленного робота для перемещения легких и малых грузов. В таблице 13 приведены основные модели мировых лидеров, предлагающие данные решения.

Таблица 13 - Современные модели ПР для автоматизации кулачково-винтового пресса

Модель	Степени подвижности	Грузоподъемность	Погрешность	Средняя наработка на отказ (MTBF)	Мощность	Масса	Стоимость, (курс 527,75 тг за 1\$)
KUKA KR 3 AGILUS	6	3 кг	$\pm 0,02$ 043См	~75 000 часов	0,5 кВт	26 кг	~\$25 000 (13193682,50 тг)
ABB IRB 120	6	3 кг	$\pm 0,01$ мм	>80 000 часов	0,6 кВт	25 кг	~\$20 000 (10554946,00 тг)
Fanuc LR Mate 200iD	6	7 кг	$\pm 0,03$ мм	~90 000 часов	0,5 кВт	25 кг	~\$30 000 (15832419,00 тг)
Yaskawa MotoMini	6	0,5 кг	$\pm 0,02$ мм	>80 000 часов	0,3 кВт	7 кг	~\$15 000 (7916209,50 тг)
Universal Robots UR3e	6	3 кг	$\pm 0,03$ мм	~35 000 часов	0,15 кВт	11,2 кг	~\$23 000 (12138250 тг)

Анализ таблицы показывает о существенных материальных затратах на покупку одного малого ПР, данные цифры варьируются от 7,9 млн. тенге до 15,8 млн. тенге. На рисунке 18 показан самый доступный манипулятор Yaskawa MotoMini, который занимается перемещением заготовок при штамповке деталей. Данный манипулятор ограничен грузоподъемностью в 500гр, что является наименьшим показателем среди остальных моделей.

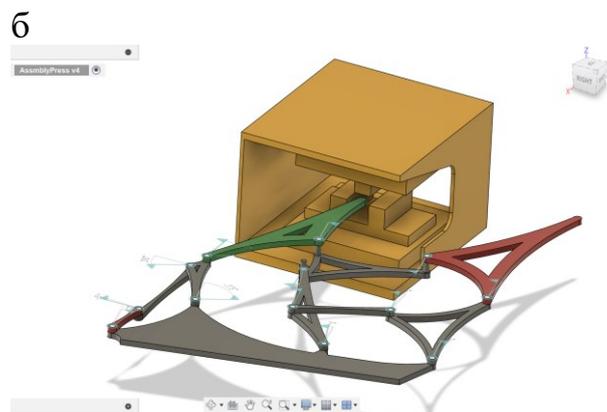
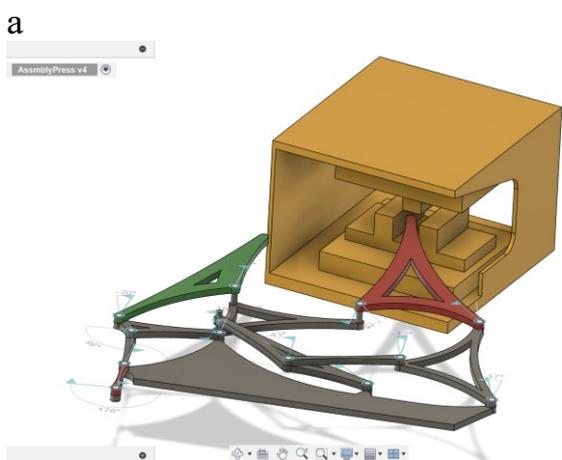


а) Перемещение заготовок для штамповки      б) Установка манипулятора.

Рисунок 18 – Перемещение заготовки с помощью ПР Yaskawa MotoMini.

Все приведенные манипуляторы в таблице 13 имеют шесть степеней подвижности, что повышает сложность управления данными изделиями и стоимость, т.к. цена за один сервопривод составляет от \$1-5 тыс. долларов в официальных онлайн магазинах данных производителей, что в переводе на тенге составит 527 750 и 2 638 750тг., соответственно. Учитывая вышеприведенную информацию, было принято решение о проектировании параллельного манипулятора с двумя рабочими органами имеющий наименьшее количество степеней подвижности.

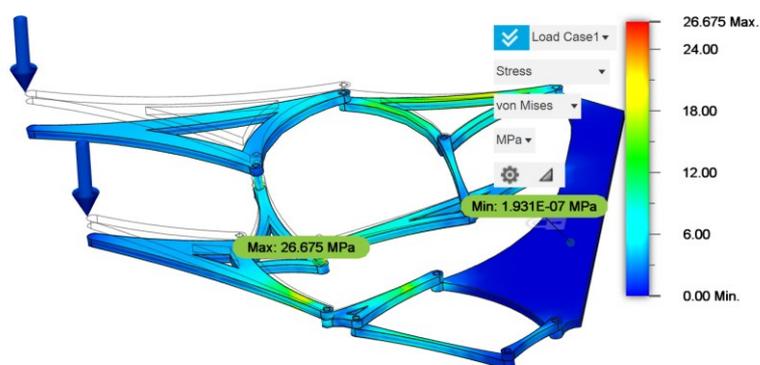
Для операции перемещения предлагается использовать плоский ПМ с двумя рабочими органами. В связи с тем, что ПМ обычно характеризуются высокой скоростью, жесткостью и повторяемостью [67-69]. Перемещение заготовки показано на рисунке 19.



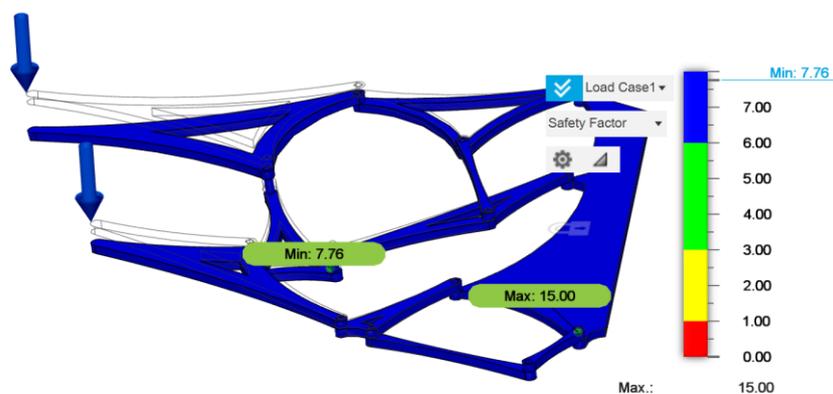
- а) Подача заготовки в рабочую область прессы б) Перемещение обработанной детали в накопитель.

Рисунок 19 – Перемещение заготовки с помощью ПМ при обработке кулачковым прессом.

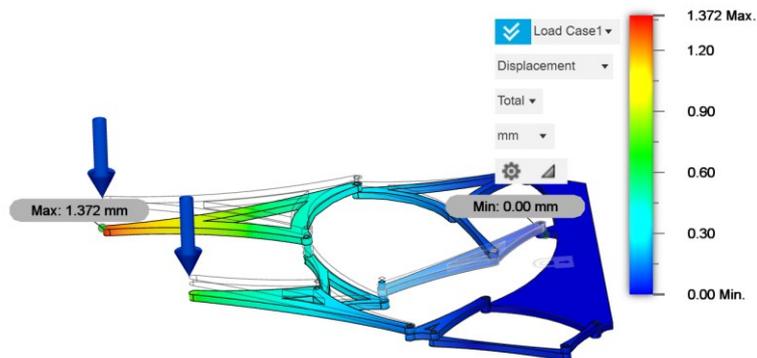
Обычные промышленные роботы характеризуются последовательной кинематической структурой, но параллельные механизмы могут обеспечить существенное увеличение кинематических и динамических характеристик, особенно с точки зрения жесткости, скорости и повторяемости [70-72]. Под действием рабочих сил был произведен анализ напряженно-деформированного состояния манипулятора с выводом основных результатов на рисунке 20.



а)



б)



в)

а) перемещение, б) коэффициент запаса, в) напряжение

Рисунок 20 – Результаты напряжённо-деформированного состояния манипулятора

При расчетах использовалась сталь А36 (ASTM), которая близка к показателям сталей Ст3 и Ст5. К рабочим органам приложена сила значением 10Н (1 кг), к каждому. Коэффициент запаса мин = 7,76

Для исследования использовалась программа Fusion, SolidWorks, которые являются инструментами для моделирования и анализа различных механических систем. Программа SolidWorks предоставляет широкие возможности для создания трехмерных моделей, а также для проведения различных инженерных расчетов.

В то время как в последовательной архитектуре инструмент или рабочий орган, прикреплен к неподвижному основанию машины посредством последовательности частей, соединенных приводными шарнирами, т. е. линейными или вращательными двигателями, то в параллельном манипуляторе имеются множество закрытых кинематических цепей, обычно называемых ветвями параллельного механизма, состоящих как из приводимых в действие, так и из пассивных шарниров, соединяющих инструменты с основанием [73].

Такое расположение дает параллельным манипуляторам два ключевых преимущества. Кинематическая архитектура с замкнутым контуром позволяет распределять полезную нагрузку от рабочего органа между цепями, что приводит к более высокой производительности, уменьшение деформации звеньев от изгиба под нагрузкой. В этой работе мы стремимся проанализировать применение плоского параллельного манипулятора с двумя рабочими органами для выполнения задачи перемещения заготовки кулачково-винтового прессы. Результат синтеза приведен в следующем пункте данной работе.

## 5.2 Численные примеры кинематического синтеза двухподвижного параллельного манипулятора III класса и одноподвижного параллельного манипулятора V класса с двумя рабочими органами

В таблице 14 заданы  $N=17$  дискретных значениях координат  $X_{P_{1i}}$ ,  $Y_{P_{1i}}$  и  $X_{P_{2i}}$ ,

$Y_{P_{2i}}$  рабочих точек  $P_1$  и  $P_2$ , а также углов поворота  $\varphi_{1i}$  и  $\varphi_{3i}$  входных звеньев 1 и 3 двухподвижного ПМ III класса с двумя РО в абсолютной системе координат  $OXY$  (рисунок 8).

Согласно методам, кинематический синтез двухподвижного ПМ III класса с двумя РО состоит из кинематического синтеза двух антропоморфных манипуляторов  $ABP_1$  и  $CDP_2$ , а также бинарных звеньев  $EF$  и  $GH$  вида **ВВ**.

Полученные значения параметров синтеза:

1) антропоморфного манипулятора  $ABP_1$ :  $x_B^{(1)} = 105,11$  мм,  $y_B^{(1)} = 59,93$  мм,  $X_A = 134,0$  мм,  $Y_A = 88,0$  мм,  $l_{BP_1} = 287,34$  мм;

2) антропоморфного манипулятора  $CDP_2$ :  $x_D^{(3)} = 183,56$  мм,  $y_D^{(3)} = 61,21$  мм,  $X_C = 482,0$  мм,  $Y_C = 14$  мм,  $l_{DP_2} = 284,89$  мм;

3) бинарного звена  $EF$  вида **ВВ**:  $x_E^{(2)} = 156,8$  мм,  $y_E^{(2)} = 54,6$  мм,  $x_F^{(4)} = 73,34$  мм,  $y_F^{(4)} = 125,88$  мм,  $l_{EF} = 152,0$  мм;

4) бинарного звена  $GH$  вида **ВВ**:  $x_G^{(5)} = 154,33$  мм,  $y_G^{(5)} = 73,02$  мм,  $X_H = 332,0$  мм,  $Y_H = 10,0$  мм,  $l_{DP_2} = 238,21$  мм;

Для кинематического синтеза одноподвижного ПМ V класса с двумя РО (рисунок 1.9) необходимо дополнительно определить параметры синтеза бинарного звена  $IK$  вида **ВВ** соединяющего звенья 3 и 6 двухподвижного ПМ III класса с двумя РО, согласно методам.

Полученные значения параметров синтеза бинарного звена  $IK$  вида **ВВ**:  $x_I^{(6)} = 98,44$  мм,  $y_I^{(6)} = 31,86$  мм,  $x_K^{(3)} = 126,82$  мм,  $y_K^{(3)} = 126,82$  мм,  $l_{IK} = 133,42$  мм.

Таблица 14 – Дискретные значения координат рабочих точек  $P_1$  и  $P_2$

$i$	$X_{P1}, \text{мм}$	$Y_{P1}, \text{мм}$	$X_{P2}, \text{мм}$	$Y_{P2}, \text{мм}$	$\varphi_1$	$\varphi_3$
1	290,0	450,0	595,0	480,0	60,0	60,0
2	280,3125	443,4375	575,9375	478,1250	65,73	61,875
3	270,6250	436,8750	556,8750	476,2500	71,46	63,750
4	260,9375	430,3125	537,8125	474,3750	77,19	65,625
5	251,2500	423,7500	518,7500	472,5000	82,91	67,500
6	241,5625	417,1875	499,6875	470,6250	88,64	69,375
7	231,8750	410,6250	480,6250	468,7500	94,37	71,250
8	222,1875	404,0625	461,5625	466,8750	100,10	73,125
9	212,5000	397,5000	442,5000	465,0	105,83	75,0
10	202,8125	390,9375	423,4375	463,1250	111,56	76,875
11	193,1250	384,3750	404,3750	461,2500	117,29	78,750
12	183,4375	377,8125	385,3125	459,3750	123,02	80,625

13	173,7500	371,2500	366,2500	457,5000	128,75	82,500
14	164,0625	364,6875	347,1875	455,6250	134,48	84,375
15	154,3750	358,1250	328,1250	453,7500	140,21	86,250
16	144,6875	351,5625	309,0625	451,8750	145,94	88,125
17	135,0	345,0	290,0	450,0	151,67	90,0

Синтезированный одноподвижный ПМ  $V$  класса с двумя РО воспроизводит дискретные значения координат  $X_{P_{1i}}, Y_{P_{1i}}$  и  $X_{P_{2i}}, Y_{P_{2i}}$  двух рабочих точек  $P_1$  и  $P_2$  при заданных значениях  $\varphi_{1i}$  угла поворота одного входного звена 1. Данное решение может применяться и для других областей машиностроения, к примеру машиностроительная полиграфия.

### 5.3 Проектирование параллельного манипулятора для автоматизации тигельного прессы

Задача по перемещению объектов с помощью двух рабочих органов актуальна и в другой отрасли машиностроения, такой как полиграфическое тиснение бумаги или картона с помощью тигельного прессы. Наглядным примером автоматизации при данной операции является решения компании Сароглия.

С 1911 года на предприятии Сароглья началось производство итальянских тигельных прессов. 1954 год стал успешным периодом для производства Saroglia Ultra Balilla, с максимальной скоростью обработки до 4000 листов в час, благодаря установке манипулятора с двумя рабочими органами. Конструкция этого механизма сложно-рычажная и используется в последней модели Saroglia Fub-Gold. Технические характеристики этой модели производили 2500 листов в час на максимальной скорости и в формате 750x300 мм, а также позволяли работать с бумагой толщиной до 5 мм, что в предыдущей модели было возможно до 1,5 мм, посмотреть SarogliaUltraBalilla можно в Рисунок 21.

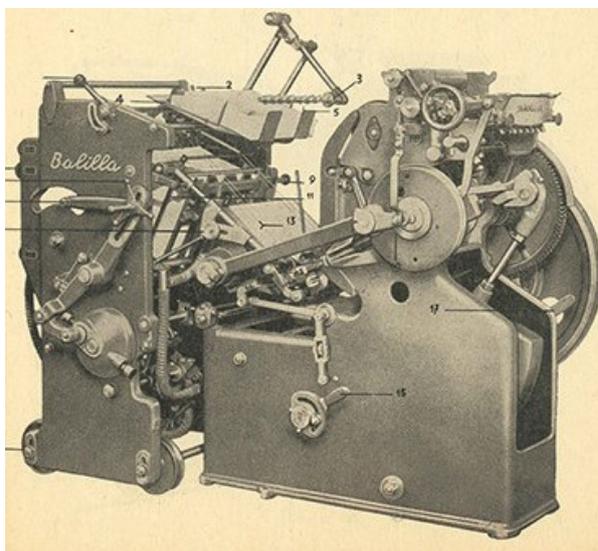


Рисунок 21– SarogliaUltraBalilla

В 1980-х годах Saroglia и итальянские компании Rabolini объединились для производства специальных больших тигельных прессов (см. Рисунок 22).



Рисунок 22 – SarogliaFub-Gold

На рис. 23 показаны два положения верхнего держателя и тигельного пресса, движущихся вместе.

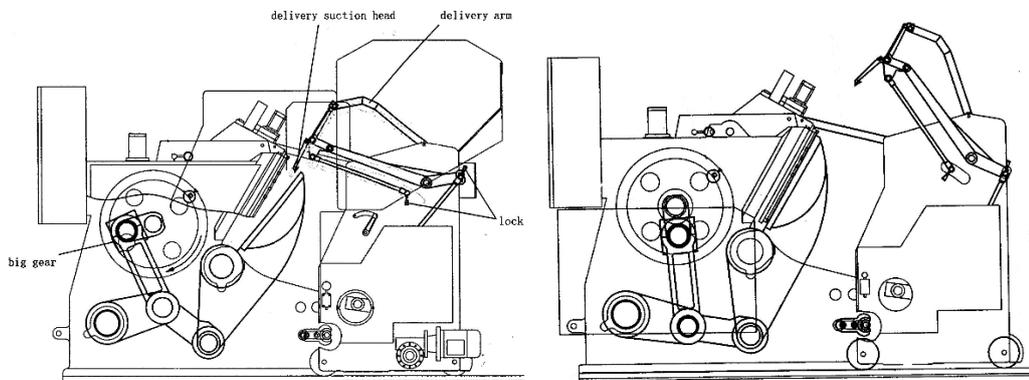


Рисунок 23 – Совместное движение тигельного пресса и транспортера модели Saroglia Fub-Gold

Для исследования манипулятора была построена математическая модель в программе Solidworks, которая помогла проанализировать параметры скоростей и ускорений.

Для исследования использовалась программа SolidWorks, которая является мощным инструментом моделирования и анализа различных механических систем. Программа SolidWorks предоставляет широкие возможности для

создания трехмерных моделей, а также для проведения различных инженерных расчетов (рис. 24).

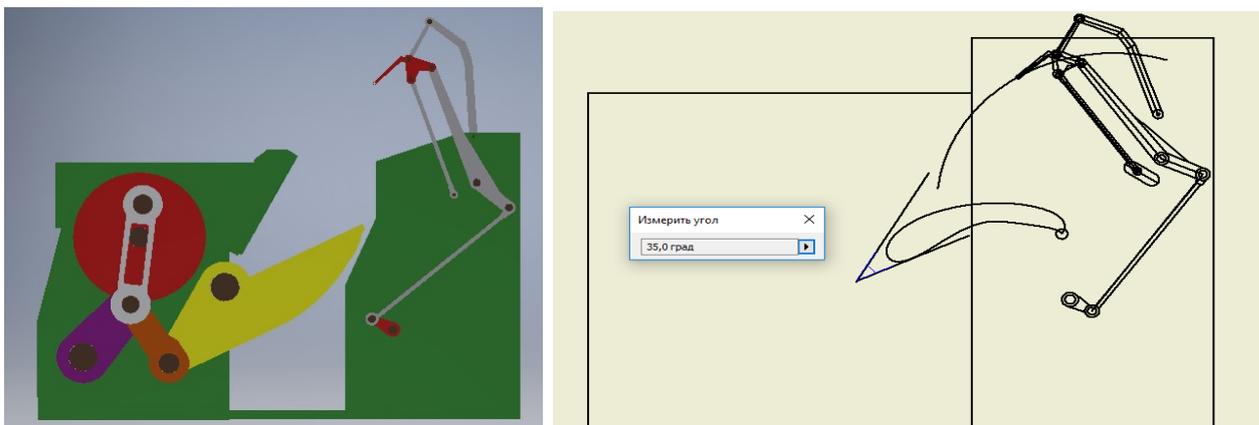


Рисунок 24 – Создание 3D-модели в программе SolidWorks

Создание трехмерной модели: на основе их структурных схем и кинематических данных, расположенных на рисунках с 25 по 28, разработаны трехмерные модели параллельных манипуляторов с двумя рабочими органами.

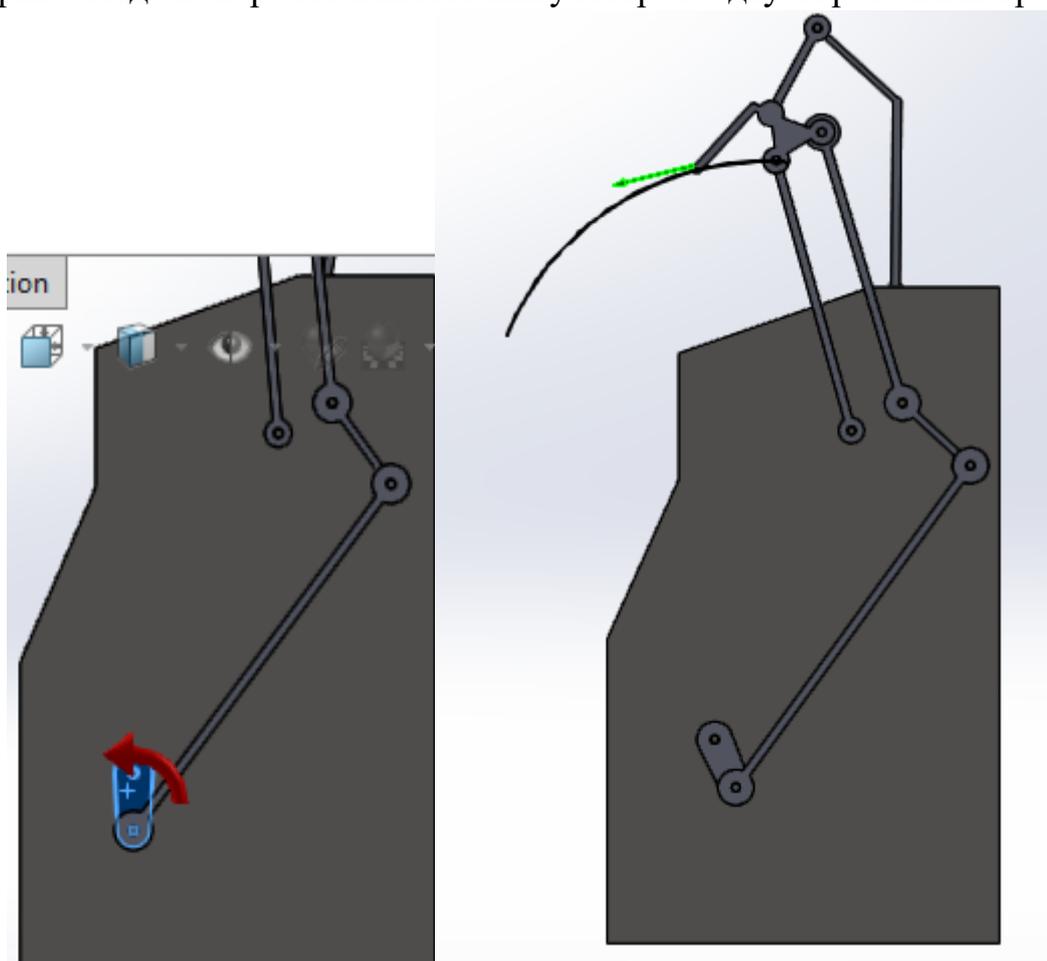


Рисунок 25 – Настройка датчиков вращения и линейного перемещения

Кинематический анализ: SolidWorks позволил провести детальный кинематический анализ манипуляторов, определяя их движение, положение элементов и траекторию движения рабочих органов.

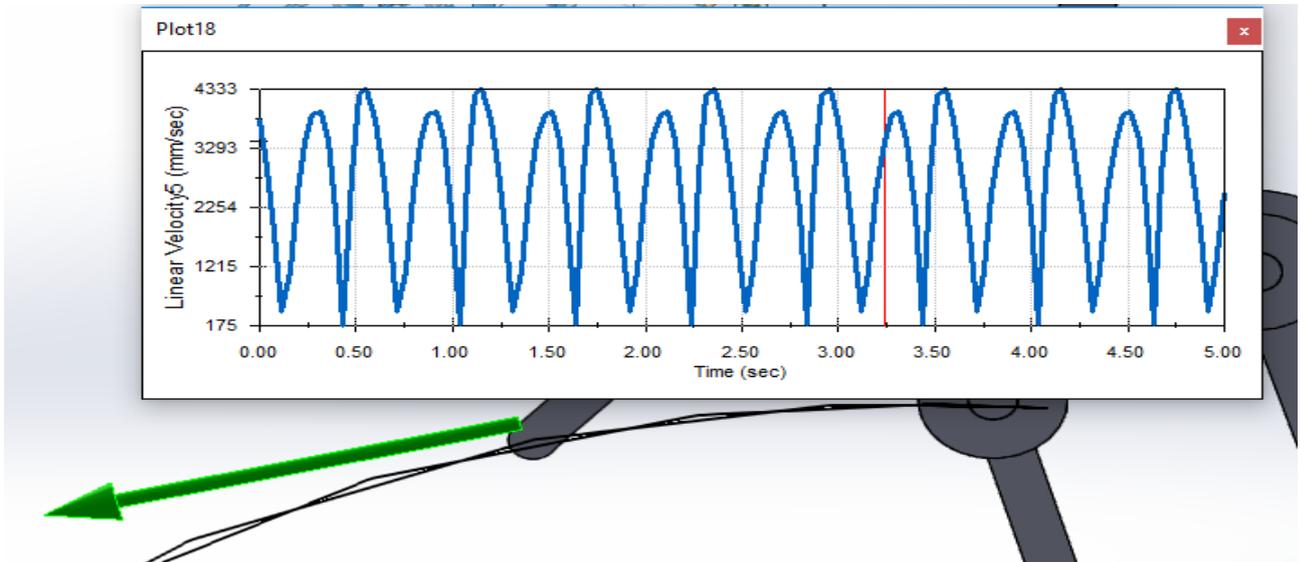


Рисунок 26 – Построение диаграммы линейной скорости рабочего органа

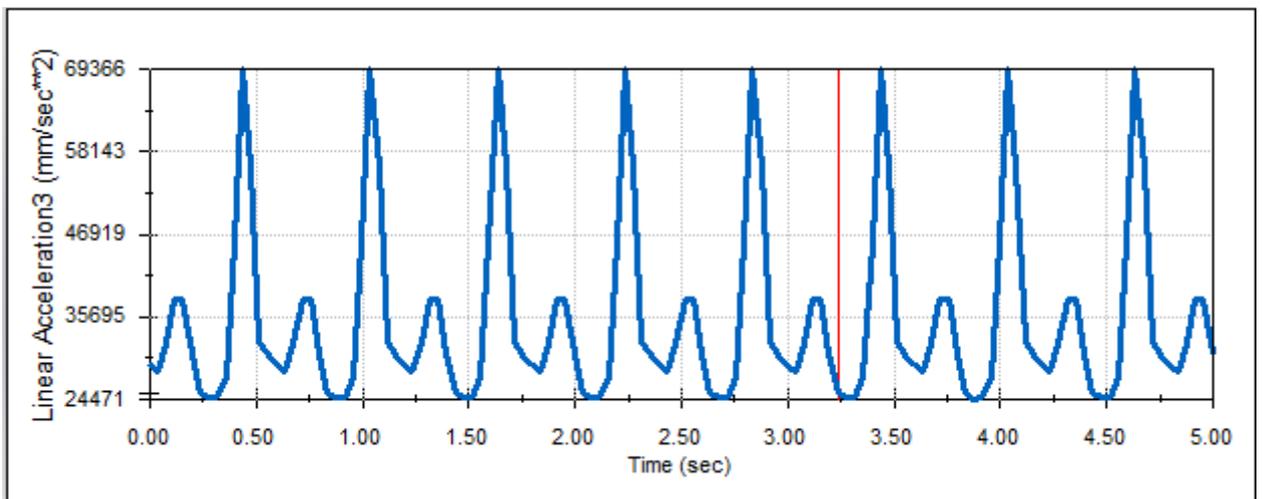


Рисунок 27 – Построение диаграммы линейного ускорения рабочего органа

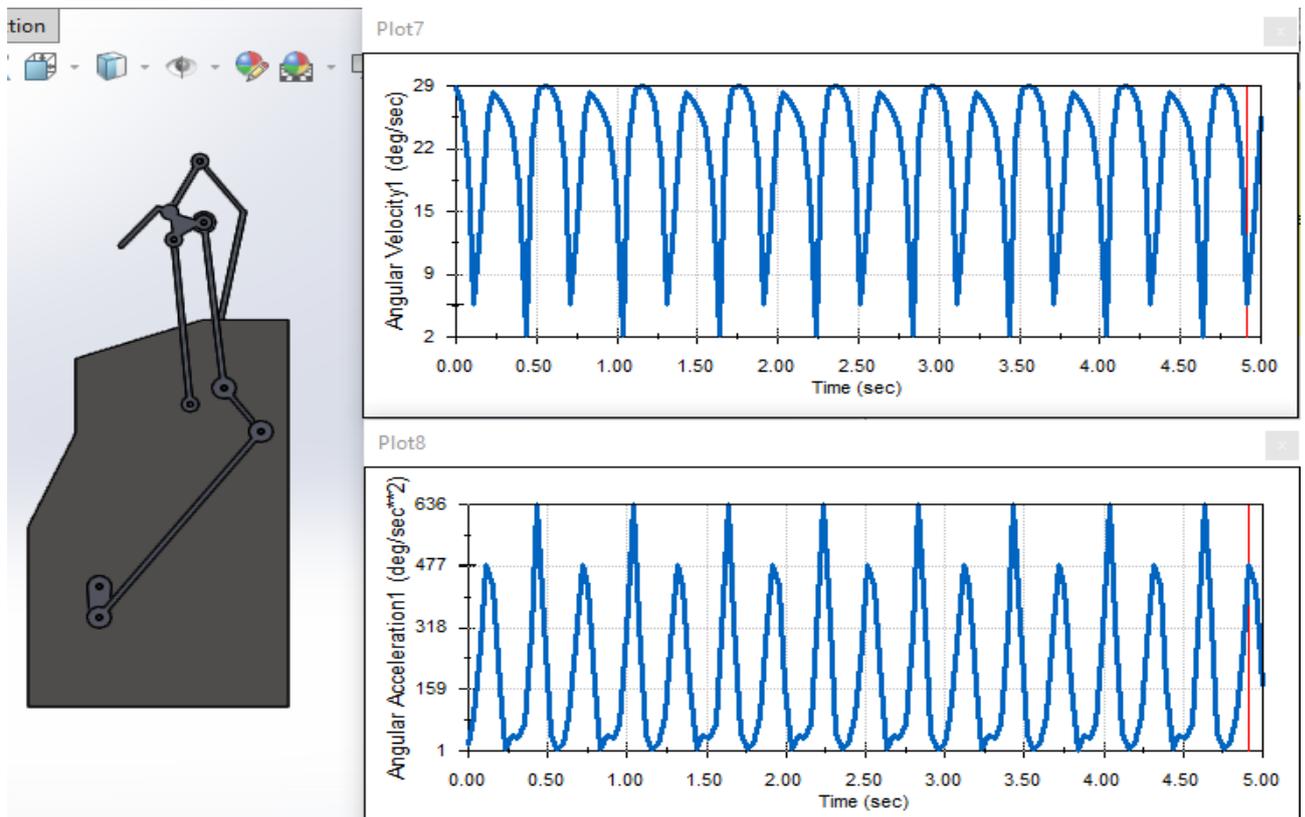


Рисунок 28 – Диаграммы угловых скоростей и ускорений рабочего органа

Моделирование и визуализация результатов: SolidWorks использовался для создания визуализаций, анимации и интерактивных презентаций, демонстрирующих работу параллельных манипуляторов и их характеристики. Программа SolidWorks предоставила надежный и удобный инструмент исследования параллельных манипуляторов, позволяющий анализировать, визуализировать и оценивать их характеристики и работу в различных условиях, что способствовало успешной реализации задач и целей исследования.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертация посвящена проектированию и исследованию параллельных манипуляторов с двумя рабочими органами с акцентом на их структурные схемы, кинематику и практическое применение. Параллельные манипуляторы представляют собой значительный прогресс в машиностроении благодаря своей точности, скорости и универсальности в различных промышленных применениях.

Основной целью данного исследования было исследование конструкции параллельных манипуляторов промышленного назначения, требующих точной и быстрой обработки заготовок. Были найдены инновационные решения для упрощения сложных операций по обработке материалов, таких как штамповка металла или бумаги, с целью усовершенствования производственных процессов, автоматизации операций и улучшения условий труда операторов.

Для достижения целей исследования был выполнен структурно-кинематический синтез механизма, кинематический анализ манипуляторов, кинетостатический анализ манипуляторов, моделирование и изготовление 3D-модели.

Научная новизна диссертации заключается в предложении методики управления роботами параллельной структуры (МРПС), включающей приводы с замкнутыми кинематическими цепями.

Практическая значимость данной работы заключается в создании параллельных манипуляторов с повышенной грузоподъемностью, точностью и упрощенной системой управления. Эти характеристики, обусловленные простой конструкцией привода, способствуют созданию надежных и экономичных технологий автоматизации, применимых в различных областях машиностроения. Достоверность научных правил, выводов и результатов исследований была подтверждена посредством сравнительного анализа, численных измерений и 3D-моделирования, представленных в виде рисунков в SolidWorks, Fusion, таблиц и графиков. Кроме того, в работе был использован и применен программный код на языке программирования VBA в Excel. Более того, результаты исследований опубликованы в журналах, индексируемых в базах данных Scopus и Web of Science, в материалах международных конференций, в отечественных журналах и патентах, что подтверждает достоверность и значимость результатов диссертации в научном сообществе.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] S.H. Kim, E. Nam, T.I. Ha, S.H. Hwang, J.H. Lee, S.H. Park, B.K. Min, Robotic machining: a review of recent progress, *Int. J. Precis. Eng. Manuf.* 20 (2019) 1629–1642.
- [2] J. Wen, F. Xie, X. Liu, Y. Yue, Evolution and development trend prospect of metal milling equipment, *Chin. J. Mech. Eng.* 36 (1) (2023) 1–15.
- [3] M. Weck, D. Staimer, Parallel kinematic machine tools—current state and future potentials, *CIRP Annals* 51 (2) (2002) 671–683.
- [4] D. Zhang, *Parallel Robotic Machine Tools*, Springer Science & Business Media, 2009.
- [5] Z. Pandilov, V. Dukovski, Parallel kinematics machine tools: overview-from history to the future, *Ann. Facult. Eng. Hunedoara* 10 (2) (2012) 111.
- [6] J.P. Merlet, *Parallel Robots*, vol. 128, Springer Science & Business Media, 2006.
- [7] A. James, B. Roger, D. Nicholas, The NIST robocrane, *J. Rob. Syst.* 10 (5) (1993) 709–724.
- [8] D. Chablat, P. Wenger, Architecture optimization of a 3-DOF translational parallel mechanism for machining applications, the Orthoglide, *IEEE Trans. Robot. Autom.* 19 (3) (2003) 403–410.
- [9] Z.M. Bi, Y. Jin, Kinematic modeling of Exechon parallel kinematic machine, *Robot. Comput. Integrated Manuf.* 27 (1) (2011) 186–193.
- [10] C. Baethge, S. Goldbeck-Wood, S. Mertens, SANRA—a scale for the quality assessment of narrative review articles, *Res. Integr. Peer Rev.* 4 (1) (2019) 1–7.
- [11] A.P. Siddaway, A.M. Wood, L.V. Hedges, How to do a systematic review: a best practice guide for conducting and reporting narrative reviews, meta-analyses, and meta-syntheses, *Annu. Rev. Psychol.* 70 (2019) 747–770.
- [12] Fu K.S., Gonzales R.C., Lee C.S. G.. *Robotics: Control, Sensing, Vision and Intelligence*.-McGraw-Hill, New York, 1987.-480 p.
- [13] Marco Ceccarelli. *Fundamentals of Mechanics of Robotic Manipulation*. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht/Boston/London, 2004.-310p.
- [14] Jorge Angeles. *Fundamentals of Robotic Mechanical Systems*.-Springer, 2014, - 589p.
- [15] Lung - Wen Tsai. *Robot Analysis*.-John Wiley & Sons, Inc. New York /Singapore / Toronto, 1999.-505 p.
- [16] Механика промышленных роботов. Под редакцией К.В. Фролова, Е.И. Воробьева. Том 1. Кинематика и динамика. - М.: «Высшая школа», 1988. -304 с.
- [17] Jean - Pierre Merlet. *Parallel Robots*. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht / Boston / London, 2000.-355 p.
- [18] M. Kaneko, M. Higashimori. Where future robots should go and should not go//RoManSy 18 Robot Design, Dynamics and Control. Proc. of the 18<sup>th</sup> CISM-IFTOMM Symposium.-Springer Wien New York, 2010. – P.3-18.
- [19] Ceccarelli M.A new 3D.O.F. Spatial Parallel Manipulator//J. Mechanism and Machine Theory, 32 (8), 1997.-P. 896-902.

- [20] Clavel R. DELTA, A Fast Robot with Parallel Geometry//Proc. of 18<sup>th</sup> Int. Symp. On Industrial Robot. Lausanne, April 26-28, 1988.-P. 91-100.
- [21] Gosselin C. Determination of the Workspace of 6 – DOF parallel Manipulators//ASME J.of Mechanical Design, 112 (3), 1990.- P. 331-336.
- [22] Innocenti C. and Parenti - Castelli V. Closed – Form Direct Position Analysis of a 5 – 5 Parallel Mechanism// ASME J. of Mechanical Design, 115 (3), 1993- P. 515 -521.
- [23] Nakashima K. et. al. Development of the Parallel Manipulator//Proc. of IMACS/SICE Int. Symp. On Robotics, Mechatronics, and Manufacturing Systems. Kobe, September 16-20, 1992. - P. 419-424.
- [24] Kong X., Gosselin C. Type Synthesis of Parallel Mechanisms.-Springer, 2007.-386p.
- [25] Lee C. C., Herve J. Cartesian Parallel Manipulators with Pseudoplanar Limbs//ASME J. Mech. Des., 129, 2007.-P.1256-1264.
- [26] Zh. Zh. Baigunchekov, S. U. Joldasbekov. Modular Synthesis of Spatial Manipulating Devices of High Classes. Proceedings of the Twelfth International Conference on CAD/CAM Robotics and Factories of the Future. London, England, 1996. – P.685-690.
- [27] Baigunchekov Zh., Raj Gill, Anthony White, Nurakhmetov B.K., Baigunchekov N.Zh. The Basis of Structural and Parametric Synthesis of The Parallel Manipulators with Functionally Independent Drives (Part II)// Proceedings of the 16-th International Conference on Gearing, Transmissions and Mechanical Systems. 3-6 July, 2000, The Nottingham Trent University, UK. – P.11-19.
- [28] Baigunchekov Zh., Nurakhmetov B.K, Absadykov B.N., Baigunchekov N.Zh., Kondybaev E.S. Kinematics of the Parallel Manipulators with Functionally Independent Drives (Part II)// Proceedings of the XI World IFToMM Congress. 1-3 April, 2004, Tianjin, China, Vol. 4. – P.1651-1655.
- [29] Baigunchekov Zh., Nurakhmetov B.K, Absadykov B.N. Kinematic Synthesis of Positioning Parallel Manipulator with Functionally Independent Drives by Quadratic Approximation. Proceedings of the International Workshop on Computational Kinematics CK2005, May 4-6, 2005, Cassino, Italy.-P.350-362.
- [30] Baigunchekov Zh., Izmambetov M.B. Singularity Analysis of the New Parallel Manipulator with 6 Degree-of-Freedom// Proceeding of the World Congress on Engineering WCE2010. London, UK, 30 June- 2 July, 2010. – P.1472-1477.
- [31] Baigunchekov Zh., Izmambetov M.B. The Second Type of Singularity Analysis of the New Parallel Manipulator with 6 Degree-of-Freedom. ROMANSY 18 Robot Design, Dynamics and Control. CISM Courses and Lectures, vol.524. Springer Wien New York, 2010. – P.481-488.
- [32] Baigunchekov Zh. Zh., Nurakhmetov B. K., Izmambetov M. B., Sartaev K. Z. Structural Synthesis and Kinematic Analysis of the Parallel Manipulator with Cylindrical Joints// Proceeding of the International Symposium on Robotics and Mechatronics ISRM 2011. Shanghai, 2011, China. – P.161-168.

- [33] Baigunchekov Zh., Izmambetov M. Singularity Analysis of a Parallel Manipulator with Cylindrical Joints// Proceedings of the World Congress on Engineering WCE2012. London, U.K., 4-6 July, 2012. – P. 2017-2021.
- [34] Baigunchekov Zh., Djoldasbekov S., Izmambetov M., Baigunchekov N. Inverse Kinematics of a Parallel Manipulator with Cylindrical Joints// Proceedings of the 2<sup>nd</sup> IFToMM Asian Conference on Mechanism and Machine Science. Asian-MMS2012. November 7-10, 2012, Tokyo, Japan. – P.80-88.
- [35] Baigunchekov Zh., Izmambetov M., Baigunchekov N. Kinematics of a Spatial RCCC Parallel Manipulator// Proceedings of the World Congress on Engineering WCE2013. London, U.K., 3-5 July, 2013. –P. 2146-2150.
- [36] Baigunchekov Zh., Izmambetov M., Baigunchekov T. Structural and Kinematic Synthesis of a Planar Parallel Mechanism with Two Rectilinear Moving End-Effectors. Proceedings of 2014 Workshop on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulator. Tianjin, China, 2014.- P. 215-222.
- [37] Baigunchekov Zh., Izmambetov M., Baigunchekov T. Kinematic Analysis of a Planar Parallel Mechanism with Two Rectilinear Moving End-Effectors. Proceedings of the Third IFTOMM Asian MMS Conference. Tianjin, China, 2014. - P. 305-312.
- [38] Baigunchekov Zh., Utenov M., Baigunchekov T. Structural and Dimensional Synthesis of Parallel Manipulator with Two End-Effectors. Robotics and Mechatronics. Vol.37, springer, 2015.-P.15-23.
- [39] Baigunchekov Zh., Ibraev S., Naurushev B., Izmambetov M., Baigunchekov T. Parallel Manipulators of a Class RoboMech. Mechanism and Machine Science. Springer, 2016.-P.547-557.
- [40] Z M Chen, X C Chen, M Gao, et al. Motion characteristics analysis of a novel spherical two-degree-of-freedom parallel mechanism. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2022, 35: 29.
- [41] Y B Li, Z S Wang, C Q Chen, et al. Dynamic accuracy analysis of a 5PSS/UPU parallel mechanism based on rigid-flexible coupled modeling. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2022, 35: 33.
- [42] D. Chablat , P. Wenger , Architecture optimization of a 3-DOF translational parallel mechanism for machining applications, the orthoglide, IEEE Trans. Robot. Autom. 19 (3) (2003) 403–410 .
- [43] X.J. Liu , J. Jay , J. Kim , A three translational DOFs parallel cube-manipulator, Robotica 21 (6) (2003) 645–653 .
- [44] M. Carricato , V. Parenti-Castelli , Kinematics of a family of translational parallel mechanisms with three 4-DOF legs and rotary actuators, J. Robot. Syst. 20 (7) (2003) 373–389 .
- [45] L.W. Tsai , S. Joshi , Kinematics and optimization of a spatial 3-UPU parallel manipulator, ASME J. Mech. Des. 122 (4) (20 0 0) 439–446 .
- [46] Q. Jin , T.L. Yang , Theory for topology synthesis of parallel manipulators and its application to three dimension-translation parallel manipulators, ASME J. Mech. Des. 126 (4) (2004) 625–639 .

- [47] X. Kong , C.M. Gosselin , Type synthesis of 3-DOF translational parallel manipulators based on screw theory, *ASME J. Mech. Des.* 126 (1) (2004) 83–92 .
- [48] X. Kong , C.M. Gosselin , Type synthesis of 3-DOF spherical parallel manipulators based on screw theory, *ASME J. Mech. Des.* 126 (1) (2004) 101–108 .
- [49] R.D. Gregorio , A new family of spherical parallel manipulators, *Robotica* 20 (4) (2002) 353–358 .
- [50] T.A. Hess-Coelho , Topological synthesis of a parallel wrist mechanism, *ASME J. Mech. Des.* 128 (1) (2006) 230–235 .
- [51] X.J. Liu , J. Wang , F. Gao , L.P. Wang , On the analysis of a new spatial three degrees of freedom parallel manipulator, *IEEE Trans. Robot. Autom.* 17 (6) (2001) 959–968 .
- [52] S. Amine , O. Mokhiamar , S. Caro , Classification of 3T1R parallel manipulators based on their wrench graph, *ASME J. Mech. Robot.* 9 (1) (2017) 011003 .
- [53] Y. Yang , W. Zhang , H. Pu , Y. Peng , A class of symmetrical 3T, 3T-1R, and 3R mechanisms with parallel linear motion elements, *ASME J. Mech. Robot.* 10 (5) (2018) 051016 .
- [54] M.T. Masouleh , C. Gosselin , M. Husty , D.R. Walter , Forward kinematic problem of 5-RPUR parallel mechanisms (3T2R) with identical limb structures, *Mech. Mach. Theory* 46 (7) (2011) 945–959 .
- [55] X. Jin , Y. Fang , H. Qu , S. Guo , A class of novel 2T2R and 3T2R parallel mechanisms with large decoupled output rotational angles, *Mech. Mach. Theory* 114 (2017) 156–169 .
- [56] R. Neugebauer, F. Wieland, M. Schwaar, C. Hochmuth, Experiences with hexapod-based machine tool, in: *Parallel Kinematic Machines: Theoretical Aspects and Industrial Requirements*, Springer London, London, 1999, pp. 313–326.
- [57] H. Tschaetsch, *Metal Forming Practise: Processes—Machines—Tools*, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2006.
- [58] M. Honegger, A. Codourey, E. Burdet, Adaptive control of the hexaglide, a 6 dof parallel manipulator, in: *Proceedings of International Conference on Robotics and Automation*, vol. 1, IEEE, 1997, April, pp. 543–548.
- [59] D. Wang, R. Fan, W. Chen, Stiffness analysis of a hexaglide parallel loading mechanism, *Mech. Mach. Theor.* 70 (2013) 454–473.
- [60] J.D. Barnfather, M.J. Goodfellow, T. Abram, Positional capability of a hexapod robot for machining applications, *Int. J. Adv. Des. Manuf. Technol.* 89 (2017) 1103–1111.
- [61] D.A. Axinte, J.M. Allen, R. Anderson, I. Dane, L. Uriarte, A. Olara, Free-leg Hexapod: a novel approach of using parallel kinematic platforms for developing miniature machine tools for special purpose operations, *CIRP Ann.* 60 (1) (2011) 395–398.
- [62] A. Rushworth, S. Cobos-Guzman, D. Axinte, M. Raffles, Pre-gait analysis using optimal parameters for a walking machine tool based on a free-leg hexapod structure, *Robot. Autom. Syst.* 70 (2015) 36–51.

- [63] J.I. Camacho-Arreguin, M. Wang, M. Russo, X. Dong, D. Axinte, Novel reconfigurable walking machine tool enables symmetric and nonsymmetric walking configurations, *IEEE ASME Trans. Mechatron.* 27 (6) (2022) 5495–5506.
- [64] Zhumadil Baigunchekov et.al. Synthesis of Reconfigurable Positioning Parallel Manipulator of a Class RoboMech. Proc. 4th IEEE/IFToMM Int.Conf. on Reconfigurable Mechanisms & Robots, Delft, The Netherlands, 20-22 June 2018, 6p.
- [65] Zhumadil Baigunchekov et.al. Synthesis of Cartesian Manipulator of a Class RoboMech. *Mechanisms and Machine Science.* Vol. 66, Springer, 2018, pp. 69-76.
- [66] Erlan Askarov et.al. New type cam-screw mechanical press. 17 International Scientific Conference- Engineering for rural development, Latvia, Jelgava, 24.05.2017, pp. 36–41.
- [67] M. Russo, Measuring performance: metrics for manipulator design, control, and optimization, *Robotics* 12 (1) (2022) 4.
- [68] Aboulissane, B.; El Bakkali, L.; El Bahaoui, J. Workspace analysis and optimization of the parallel robots based on computer-aided design approach. *Facta Univ. Ser. Mech. Eng.* 2020, 18, 079–089.
- [69] Aboulissane, B.; El Haiek, D.; El Bakkali, L.; El Bahaoui, J. On the workspace optimization of parallel robots based on CAD approach. *Procedia Manuf.* 2019, 32, 1085–1092.
- [70] Zhang, H.; Tang, J.; Gao, Q.; Cui, G.; Shi, K.; Yao. Multi-objective optimization of a redundantly actuated parallel robot mechanism for special machining. *Mech. Sci.* 2022, 13, 123–136.
- [71] Abdul Hafez A H, Mithun P, Anurag V V, Shah S V, Madhava, Krishna K. Reactionless visual servoing of a multi-arm space robot combined with other manipulation tasks. *Robotics and Autonomous Systems*, 2017, 91: 1–10
- [72] Wu Y H, Yu Z C, Li C Y, He M J, Hua B, Chen Z M. Reinforcement learning in dual-arm trajectory planning for a freefloating space robot. *Aerospace Science and Technology*, 2020, 98: 105657
- [73] Yan L, Xu W F, Hu Z H, Liang B. Multi-objective configuration optimization for coordinated capture of dual-arm space robot. *Acta Astronautica*, 2020, 167: 189–200

## Приложение А

Программа решения задачи.

---

Private NR() As Double ' матрица, используемая в методе ЛПт

---

Sub A()

Dim K As Integer, p As Integer, N As Integer, i As Long, Z As Long, ZZ As Integer, MM As Integer, R As Integer, imin As Integer  
Dim M\_0 As Long, M\_end As Long, M As Long, Alpt\_0 As Long, Alpt\_end As Long, Alpt As Long  
Dim G\_l(4) As Double, G\_r(4) As Double, T(4) As Double, Koord\_loc(4) As Double, C\_L(4) As Double, C\_R(4) As Double  
Dim xK\_loc As Double, yK\_loc As Double, xL\_loc As Double, yL\_loc As Double  
Dim Rmax As Double, Crit1 As Double, Crit2 As Double, Crit3 As Double, C3\_proof As Double  
Dim KLmax As Double, KLmin As Double

Call TableNom

Set Task = Worksheets("Task")  
Sheets("Task").Select

Alpt\_0 = Task.Cells(2, 2)  
Alpt\_end = Task.Cells(2, 3)

For K = 1 To 4  
G\_l(K) = Cells(8, 1 + K)  
G\_r(K) = Cells(16, 1 + K)  
Task.Cells(13, K + 7).Value = G\_l(K)  
Task.Cells(14, K + 7).Value = G\_r(K)  
C\_L(K) = Cells(2, 7 + K)  
C\_R(K) = Cells(4, 7 + K)  
Task.Cells(15, K + 15).Value = C\_L(K)  
Task.Cells(16, K + 15).Value = C\_R(K)

Next K

i\_write = 1  
For i = Alpt\_0 To Alpt\_end  
Alpt = i

N = 4  
Call LPtau(Alpt, N, T())  
xK\_loc = G\_l(1) + (G\_r(1) - G\_l(1)) \* T(1)  
yK\_loc = G\_l(2) + (G\_r(2) - G\_l(2)) \* T(2)  
xL\_loc = G\_l(3) + (G\_r(3) - G\_l(3)) \* T(3)  
yL\_loc = G\_l(4) + (G\_r(4) - G\_l(4)) \* T(4)

Call pos(xK\_loc, yK\_loc, xL\_loc, yL\_loc, Crit1, Crit2, Crit3, KLmax, KLmin, C3\_proof)

## Продолжение приложения А

```
Set Tab_isp = Worksheets("Табл исп")  
Sheets("Табл исп").Select
```

```
If C_L(1) < Crit1 And Crit1 < C_R(1) And C_L(2) < Crit2 And Crit2 < C_R(2) And C_L(3) <  
Crit3 And Crit3 < C_R(3) Then  
    i_write = i_write + 1  
    Tab_isp.Cells(i_write, 1).Value = Alpt  
    Tab_isp.Cells(i_write, 2).Value = xK_loc  
    Tab_isp.Cells(i_write, 3).Value = yK_loc  
    Tab_isp.Cells(i_write, 4).Value = xL_loc  
    Tab_isp.Cells(i_write, 5).Value = yL_loc  
    Tab_isp.Cells(i_write, 6).Value = Crit1  
    Tab_isp.Cells(i_write, 7).Value = Crit2  
    Tab_isp.Cells(i_write, 8).Value = Crit3  
    Tab_isp.Cells(i_write, 9).Value = KLmin  
    Tab_isp.Cells(i_write, 10).Value = KLmax  
    Tab_isp.Cells(i_write, 11).Value = C3_proof  
End If
```

```
Next i  
End Sub
```

---

```
Sub pos(xK_loc As Double, yK_loc As Double, xL_loc As Double, yL_loc As Double, Crit1 As  
Double, Crit2 As Double, Crit3 As Double, KLmax As Double, KLmin As Double, C3_proof As  
Double)
```

```
N = 24 'ЧИСЛО УРАВНЕНИЙ  
W = 44 'КОЛИЧЕСТВО ПОЛОЖЕНИЙ МЕХАНИЗМА
```

```
Dim i, J, I1, i_lpt, K, kk, jj As Integer
```

```
Dim Pi1 As Double
```

```
Dim FX1, FY1, FX2, FY2, FX3, FY3, FX4, FY4, FX5, FY5, FX6, FY6, FX7, FY7, FX8, FY8 As  
Double
```

```
Dim XB1, YB1, XB, YB, XC, YC, XC1, YC1, XP, YP, XD1, YD1, XA1, YA1, XA, YA, XP1,  
YP1, XD, YD As Double
```

```
Dim XK, YK, XL, YL As Double
```

```
Dim XS1, YS1, XS2, YS2, XS3, YS3, XS4, YS4, XS5, YS5, XS6, YS6, XS7, YS7, XS8, YS8 As  
Double
```

```
Dim uz_CD, uz_A1P, Co_1, Si_1, Co_7, Si_7 As Double      "....."
```

```
Dim A() As Double
```

```
Dim F() As Double
```

```
Dim R() As Double
```

```
ReDim A(1 To N, 1 To N), F(1 To N), R(1 To N)
```

```
ReDim A1(1 To N, 1 To N) As Double
```

```
ReDim F1(1 To N) As Double
```

```
Dim Rm(24) As Double
```

```
Dim Rmax As Double, KLmax As Double, KLmin As Double
```

## Продолжение приложения А

```
Dim blnMowSol As Boolean
Dim KL(44) As Double
Dim znak, del_kl1, del_kl2 As Double
```

### 'ПРОЕКЦИИ СИЛ

```
FX1 = 0#
FY1 = -9.8 * 8.242991
FX2 = 0#
FY2 = -9.8 * 35.71148
FX3 = 0#
FY3 = -9.8 * 13.79054
FX4 = 0#
FY4 = -9.8 * 8.243346
FX5 = 0#
FY5 = -9.8 * 35.71194
FX6 = 0#
FY6 = -9.8 * 13.79082
FX7 = 0#
FY7 = -9.8 * 517.53938
FX8 = 0#
FY8 = -9.8 * 22.9
For I1 = 1 To W
```

```
Sheets("Исходные данные").Select
XB1 = 0.01 * Cells(I1 + 1, 1).Value
YB1 = 0.01 * Cells(I1 + 1, 2).Value
XB = 0.01 * Cells(I1 + 1, 3).Value
YB = 0.01 * Cells(I1 + 1, 4).Value
XC = 0.01 * Cells(I1 + 1, 5).Value
YC = 0.01 * Cells(I1 + 1, 6).Value
XC1 = 0.01 * Cells(I1 + 1, 7).Value
YC1 = 0.01 * Cells(I1 + 1, 8).Value
XP = 0.01 * Cells(I1 + 1, 9).Value
YP = 0.01 * Cells(I1 + 1, 10).Value
XD1 = 0.01 * Cells(I1 + 1, 11).Value
YD1 = 0.01 * Cells(I1 + 1, 12).Value
XA1 = 0.01 * Cells(I1 + 1, 13).Value
YA1 = 0.01 * Cells(I1 + 1, 14).Value
XA = 0.01 * Cells(I1 + 1, 15).Value
YA = 0.01 * Cells(I1 + 1, 18).Value
XP1 = 0.01 * Cells(I1 + 1, 16).Value
YP1 = 0.01 * Cells(I1 + 1, 19).Value
XD = 0.01 * Cells(I1 + 1, 17).Value
YD = 0.01 * Cells(I1 + 1, 20).Value
```

### ""КООРДИНАТЫ ЦЕНТРА МАСС""

```
XS1 = (XA + XB) / 2#
YS1 = (YA + YB) / 2#
XS2 = (XB + XC + XP) / 3#
```

## Продолжение приложения А

$$\begin{aligned}YS2 &= (YB + YC + YP) / 3\# \\XS7 &= (XD1 + XA1 + XP) / 3\# \\YS7 &= (YD1 + YA1 + YP) / 3\# \\XS4 &= (XB1 + XA1) / 2\# \\YS4 &= (YB1 + YA1) / 2\# \\XS6 &= (XD1 + XC1) / 2\# \\YS6 &= (YD1 + YC1) / 2\# \\XS5 &= (XC1 + XB1 + XP1) / 3\# \\YS5 &= (YC1 + YB1 + YP1) / 3\# \\uz\_CD &= Sqr((XD - XC) * (XD - XC) + (YD - YC) * (YD - YC)) \\uz\_A1P &= Sqr((XP - XA1) * (XP - XA1) + (YP - YA1) * (YP - YA1))\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Co\_1 &= (XC - XD) / uz\_CD \\Si\_1 &= (YC - YD) / uz\_CD \\XK &= XD + xK\_loc * Co\_1 - yK\_loc * Si\_1 \\YK &= YD + xK\_loc * Si\_1 + yK\_loc * Co\_1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Co\_7 &= (XP - XA1) / uz\_A1P \\Si\_7 &= (YP - YA1) / uz\_A1P \\XL &= XA1 + xL\_loc * Co\_7 - yL\_loc * Si\_7 \\YL &= YA1 + xL\_loc * Si\_7 + yL\_loc * Co\_7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}XS3 &= (XC + XD + XK) / 3\# \\YS3 &= (YC + YD + YK) / 3\#\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}XS8 &= (XK + XL) / 2\# \\YS8 &= (YK + YL) / 2\#\end{aligned}$$

'Производиться проверка правильности считывания и вычисления координат звеньев с центрами масс. Все выводиться на лист Test2.

Sheets("Test2").Select:

```
Cells(I1 + 1, 1).Value = XB1
Cells(I1 + 1, 2).Value = YB1
Cells(I1 + 1, 3).Value = XB
Cells(I1 + 1, 4).Value = YB
Cells(I1 + 1, 5).Value = XC
Cells(I1 + 1, 6).Value = YC
Cells(I1 + 1, 7).Value = XC1
Cells(I1 + 1, 8).Value = YC1
Cells(I1 + 1, 9).Value = XP
Cells(I1 + 1, 10).Value = YP
Cells(I1 + 1, 11).Value = XD1
Cells(I1 + 1, 12).Value = YD1
Cells(I1 + 1, 13).Value = XA1
Cells(I1 + 1, 14).Value = YA1
Cells(I1 + 1, 15).Value = XA
Cells(I1 + 1, 16).Value = XP1
Cells(I1 + 1, 17).Value = XD
```

## Продолжение приложения А

Cells(I1 + 1, 18).Value = YA  
Cells(I1 + 1, 19).Value = YP1  
Cells(I1 + 1, 20).Value = YD  
Cells(I1 + 1, 21).Value = XS1  
Cells(I1 + 1, 22).Value = YS1  
Cells(I1 + 1, 23).Value = XS2  
Cells(I1 + 1, 24).Value = YS2  
Cells(I1 + 1, 25).Value = XS3  
Cells(I1 + 1, 26).Value = YS3  
Cells(I1 + 1, 27).Value = XS4  
Cells(I1 + 1, 28).Value = YS4  
Cells(I1 + 1, 30).Value = XK  
Cells(I1 + 1, 31).Value = YK  
Cells(I1 + 1, 32).Value = XL  
Cells(I1 + 1, 33).Value = YL  
KL(I1) = Sqr((XK - XL) \* (XK - XL) + (YK - YL) \* (YK - YL))  
Cells(I1 + 1, 34).Value = KL(I1)  
Cells(I1 + 1, 35).Value = Co\_7  
Cells(I1 + 1, 36).Value = Si\_7  
Cells(I1 + 1, 40).Value = Co\_1  
Cells(I1 + 1, 41).Value = Si\_1  
Cells(I1 + 1, 45).Value = XS5  
Cells(I1 + 1, 46).Value = YS5  
Cells(I1 + 1, 47).Value = XS6  
Cells(I1 + 1, 48).Value = YS6  
Cells(I1 + 1, 49).Value = XS7  
Cells(I1 + 1, 50).Value = YS7  
Cells(I1 + 1, 51).Value = XS8  
Cells(I1 + 1, 52).Value = YS8

""""КВАДРАТНАЯ МАТРИЦА 24-ГО ПОРЯДКА""""

For i = 1 To N: For J = 1 To N: A(i, J) = 0: Next J: Next i:

A(1, 1) = 1: A(1, 3) = 1

A(2, 2) = 1: A(2, 4) = 1

A(3, 3) = YA - YB: A(3, 4) = XB - XA

A(4, 3) = -1: A(4, 5) = 1: A(4, 7) = 1

A(5, 4) = -1: A(5, 6) = 1: A(5, 8) = 1

A(6, 3) = YB - YC: A(6, 4) = XC - XB: A(6, 5) = YC - YP: A(6, 6) = XP - XC

A(7, 7) = -1: A(7, 9) = 1: A(7, 11) = 1

A(8, 8) = -1: A(8, 10) = 1: A(8, 12) = 1

A(9, 7) = YC - YD: A(9, 8) = XD - XC: A(9, 11) = YD - YK: A(9, 12) = XK - XD

A(10, 13) = 1: A(10, 15) = 1

A(11, 14) = 1: A(11, 16) = 1

A(12, 15) = YB1 - YA1: A(12, 16) = XA1 - XB1

A(13, 13) = -1: A(13, 17) = 1: A(13, 19) = 1

A(14, 14) = -1: A(14, 18) = 1: A(14, 20) = 1

A(15, 17) = YB1 - YP1: A(15, 18) = XP1 - XB1: A(15, 19) = YB1 - YC1: A(15, 20) = XC1 - XB1

A(16, 19) = -1: A(16, 21) = 1

A(17, 20) = -1: A(17, 22) = 1

A(18, 21) = YC1 - YD1: A(18, 22) = XD1 - XC1

## Продолжение приложения А

$A(19, 5) = -1$ :  $A(19, 15) = -1$ :  $A(19, 21) = -1$ :  $A(19, 23) = 1$   
 $A(20, 6) = -1$ :  $A(20, 16) = -1$ :  $A(20, 22) = -1$ :  $A(20, 24) = 1$   
 $A(21, 15) = YA1 - YP$ :  $A(21, 16) = XP - XA1$ :  $A(21, 21) = YD1 - YP$ :  $A(21, 22) = XP - XD1$ :  
 $A(21, 23) = YP - YL$ :  $A(21, 24) = XL - XP$   
 $A(22, 11) = -1$ :  $A(22, 23) = -1$   
 $A(23, 12) = -1$ :  $A(23, 24) = -1$   
 $A(24, 23) = YL - YK$ :  $A(24, 24) = XK - XL$  'ИСПРАВЛЯЛ

""МАТРИЦА ПРАВЫХ СИЛ (ВЕКТОР-СТОЛБЕЦ)""

$F(1) = -FX1$ :  
 $F(2) = -FY1$ :  
 $F(3) = FX1 * (YS1 - YA) - FY1 * (XS1 - XA)$   
 $F(4) = -FX2$ :  
 $F(5) = -FY2$ :  
 $F(6) = FX2 * (YS2 - YC) - FY2 * (XS2 - XC)$   
 $F(7) = -FX3$ :  
 $F(8) = -FY3$ :  
 $F(9) = FX3 * (YS3 - YD) - FY3 * (XS3 - XD)$   
 $F(10) = -FX4$ :  
 $F(11) = -FY4$ :  
 $F(12) = FX4 * (YS4 - YB1) - FY4 * (XS4 - XB1)$   
 $F(13) = -FX5$ :  
 $F(14) = -FY5$ :  
 $F(15) = FX5 * (YS5 - YB1) - FY5 * (XS5 - XB1)$   
 $F(16) = -FX6$ :  
 $F(17) = -FY6$ :  
 $F(18) = FX6 * (YS6 - YC1) - FY6 * (XS6 - XC1)$   
 $F(19) = -FX7$ :  
 $F(20) = -FY7$ :  
 $F(21) = FX7 * (YS7 - YP) - FY7 * (XS7 - XP)$   
 $F(22) = -FX8$ :  
 $F(23) = -FY8$ :  
 $F(24) = FX8 * (YS8 - YK) - FY8 * (XS8 - XK)$

For i = 1 To N

    For J = 1 To N

        A1(i, J) = A(i, J)

    Next J

    F1(i) = F(i)

Next i

RSLU1 A1(), F1(), R(), blnMowSol

Sheets("React").Select:

    For K = 1 To N

        Cells(I1 + 1, K + 1).Value = R(K)

    Next K

Sheets("Reactmax").Select

## Продолжение приложения А

For K = 1 To N Step 2

kk = IntNom(K / 2 + 1)

Rm(K) = Sqr(R(K) \* R(K) + R(K + 1) \* R(K + 1))

Cells(I1 + 1, kk + 1).Value = Rm(K)

R2 = Rm(K)

Next K

Next I1

Set R2 = Worksheets("Reactmax").Range("B2:B45")

Rmax = Application.WorksheetFunction.Max(R2)

Cells(47, 2) = Rmax

Set R2 = Worksheets("Reactmax").Range("C2:C45")

Rmax = Application.WorksheetFunction.Max(R2)

Cells(47, 3) = Rmax

Set R2 = Worksheets("Reactmax").Range("D2:D45")

Rmax = Application.WorksheetFunction.Max(R2)

Cells(47, 4) = Rmax

Set R2 = Worksheets("Reactmax").Range("E2:E45")

Rmax = Application.WorksheetFunction.Max(R2)

Cells(47, 5) = Rmax

Set R2 = Worksheets("Reactmax").Range("F2:F45")

Rmax = Application.WorksheetFunction.Max(R2)

Cells(47, 6) = Rmax

Set R2 = Worksheets("Reactmax").Range("G2:G45")

Rmax = Application.WorksheetFunction.Max(R2)

Cells(47, 7) = Rmax

Crit2 = Rmax

Set R2 = Worksheets("Reactmax").Range("H2:H45")

Rmax = Application.WorksheetFunction.Max(R2)

Cells(47, 8) = Rmax

Set R2 = Worksheets("Reactmax").Range("I2:I45")

Rmax = Application.WorksheetFunction.Max(R2)

Cells(47, 9) = Rmax

Set R2 = Worksheets("Reactmax").Range("J2:J45")

Rmax = Application.WorksheetFunction.Max(R2)

Cells(47, 10) = Rmax

Set R2 = Worksheets("Reactmax").Range("K2:K45")

Rmax = Application.WorksheetFunction.Max(R2)

Cells(47, 11) = Rmax

Set R2 = Worksheets("Reactmax").Range("L2:L45")

Rmax = Application.WorksheetFunction.Max(R2)

Cells(47, 12) = Rmax

Set R2 = Worksheets("Reactmax").Range("M2:M45")

Rmax = Application.WorksheetFunction.Max(R2)

Cells(47, 13) = Rmax

Set R2 = Worksheets("Reactmax").Range("A47:M47")

Rmax = Application.WorksheetFunction.Max(R2)

Cells(47, 14) = Rmax

Crit1 = Rmax

## Продолжение приложения А

```
'Crit1=max по reactions
  Sheets("Test2").Select
  Set R2 = Worksheets("Test2").Range("AH2:AH45")
  KLmax = Application.WorksheetFunction.Max(R2)
  KLmin = Application.WorksheetFunction.Min(R2)
  Crit3 = KLmax / KLmin
  C3_proof = KLmax / KLmin
  Cells(47, 34) = KLmax
  Cells(48, 34) = KLmin
  For I1 = 3 To W
    del_k11 = KL(I1 - 1) - KL(I1 - 2)
    del_k12 = KL(I1) - KL(I1 - 1)
    znak = del_k11 * del_k12
    If znak < 0 Then Crit3 = 100
  Next I1
End Sub
```

---

```
Sub RSLU(dblKoeffSisUr() As Double, dblSvobChlUr() As Double, dblX() As Double,
blnMowSol)
```

```
'решение систем линейных уравнений методом
```

```
'Гаусса с выбором главного элемента
```

```
' Dim intKolUrav As Integer ' число уравнений
```

```
' Dim dblKoeffSisUr(intKolUrav,intKolUrav ) As Double 'коэффициенты системы уравнений
```

```
' Dim dblSvobChlUr(intKolUrav) As Double 'свободный член сист. ур.
```

```
' решение передается в dblX()
```

```
' если решение отсутствует blnMowSol=True
```

```
Dim dblC() As Double
```

```
Dim dblG() As Double
```

```
Dim intS1 As Integer
```

```
Dim intS2 As Integer
```

```
Dim intS3 As Integer
```

```
Dim intS4 As Integer
```

```
Dim intS5 As Integer
```

```
Dim dblS As Double
```

```
Dim intN1 As Integer
```

```
Dim intK1 As Integer
```

```
Dim intJ As Integer
```

```
Dim dblV As Double
```

```
Dim intKolUrav As Integer
```

```
On Error Resume Next
```

```
intKolUrav = UBound(dblSvobChlUr)
```

```
' ReDim dblKoeffSisUr(1 To intKolUrav, 1 To intKolUrav)
```

```
' ReDim dblSvobChlUr(1 To intKolUrav)
```

```
ReDim dblC(1 To intKolUrav, 1 To intKolUrav)
```

```
ReDim dblG(1 To intKolUrav)
```

```
' ReDim dblX(1 To intKolUrav)
```

## Продолжение приложения А

```
' For intSchet1 = 1 To intKolUrav
'   For intSchet2 = 1 To intKolUrav
'     Next intSchet2
'   Next intSchet1

blnMowSol = False

intN1 = intKolUrav - 1
For intS1 = 1 To intN1
  If Abs(dblKoefSisUr(intS1, intS1)) > 0 Then GoTo 200
  intK1 = intS1 + 1
  For intS2 = intK1 To intKolUrav
    If Abs(dblKoefSisUr(intS2, intS1)) > 0 Then GoTo 150
    GoTo 165
150:
    For intS3 = 1 To intKolUrav
      dblV = dblKoefSisUr(intS1, intS3)
      dblKoefSisUr(intS1, intS3) = dblKoefSisUr(intS2, intS3)

      dblKoefSisUr(intS2, intS3) = dblV
    Next intS3
165:
    Next intS2
    dblV = dblSvobChlUr(intS1)
    dblSvobChlUr(intS1) = dblSvobChlUr(intS2 - 1)
    dblSvobChlUr(intS2 - 1) = dblV
200:
    If dblKoefSisUr(intS1, intS1) = 0 Then blnMowSol = True: Exit Sub
    dblG(intS1) = dblSvobChlUr(intS1) / dblKoefSisUr(intS1, intS1)
    intK1 = intS1 + 1
    For intS4 = intK1 To intKolUrav
      dblSvobChlUr(intS4) = dblSvobChlUr(intS4) _
        - dblKoefSisUr(intS4, intS1) * dblG(intS1)
    For intS5 = intS1 To intKolUrav
      intJ = intKolUrav - intS5 + intS1

      If dblKoefSisUr(intS1, intS1) = 0 Then blnMowSol = True: Exit Sub

      dblC(intS1, intJ) = dblKoefSisUr(intS1, intJ) / dblKoefSisUr(intS1, intS1)
      dblKoefSisUr(intS4, intJ) = dblKoefSisUr(intS4, intJ) _
        - dblKoefSisUr(intS4, intS1) * dblC(intS1, intJ)
    Next intS5
  Next intS4
Next intS1
intS2 = intKolUrav

If dblKoefSisUr(intS2, intS2) = 0 Then blnMowSol = True: Exit Sub
dblX(intS2) = dblSvobChlUr(intS2) _
  / dblKoefSisUr(intS2, intS2)
250:
```

## Продолжение приложения А

```
intS2 = intS2 - 1
dblS = 0
For intS3 = intS2 To intN1
    dblS = dblS + dblC(intS2, intS3 + 1) * dblX(intS3 + 1)
Next intS3
dblX(intS2) = dblG(intS2) - dblS
If intS2 > 1 Then GoTo 250
```

End Sub

---

Public Sub LPtau(A As Long, N As Integer, T() As Double)

'Метод LPtau

'A - задается произвольно ????????

'N - КОЛИЧЕСТВО ТОЧЕК

'T() - записывается значения

'16.03.01

Dim J As Integer, K As Integer, L As Integer

Dim M As Integer, NS As Integer

Dim S As Double, B As Double

M = 1 + IntNom(Log(A) / 0.693147)

For J = 1 To N

S = 0

For K = 1 To M

NS = 0

For L = K To M

B = NR(J, L)

NS = NS + IntNom(2 \* DrobNom(A / (2 ^ L))) \_  
\* IntNom(2# \* DrobNom(B / (2 ^ (L + 1 - K))))

Next L

S = S + DrobNom(0.5 \* NS) / (2 ^ (K - 1))

Next K

T(J) = S

Next J

End Sub

Public Sub TableNom()

ReDim NR(51, 20) As Double

NR(1, 1) = 1: NR(2, 1) = 1: NR(3, 1) = 1: NR(4, 1) = 1

NR(5, 1) = 1: NR(6, 1) = 1: NR(7, 1) = 1: NR(8, 1) = 1

NR(9, 1) = 1: NR(10, 1) = 1: NR(11, 1) = 1: NR(12, 1) = 1

NR(13, 1) = 1: NR(14, 1) = 1: NR(15, 1) = 1: NR(16, 1) = 1

NR(17, 1) = 1: NR(18, 1) = 1: NR(19, 1) = 1: NR(20, 1) = 1

NR(21, 1) = 1: NR(22, 1) = 1: NR(23, 1) = 1: NR(24, 1) = 1

NR(25, 1) = 1: NR(26, 1) = 1: NR(27, 1) = 1: NR(28, 1) = 1

NR(29, 1) = 1: NR(30, 1) = 1: NR(31, 1) = 1: NR(32, 1) = 1

NR(33, 1) = 1: NR(34, 1) = 1: NR(35, 1) = 1: NR(36, 1) = 1

NR(37, 1) = 1: NR(38, 1) = 1: NR(39, 1) = 1: NR(40, 1) = 1

## Продолжение приложения А

NR(41, 1) = 1: NR(42, 1) = 1: NR(43, 1) = 1: NR(44, 1) = 1  
NR(45, 1) = 1: NR(46, 1) = 1: NR(47, 1) = 1: NR(48, 1) = 1  
NR(49, 1) = 1: NR(50, 1) = 1: NR(51, 1) = 1  
NR(1, 2) = 1: NR(2, 2) = 3: NR(3, 2) = 1: NR(4, 2) = 3  
NR(5, 2) = 1: NR(6, 2) = 3: NR(7, 2) = 1: NR(8, 2) = 3  
NR(9, 2) = 3: NR(10, 2) = 1: NR(11, 2) = 3: NR(12, 2) = 1  
NR(13, 2) = 3: NR(14, 2) = 1: NR(15, 2) = 3: NR(16, 2) = 1  
NR(17, 2) = 1: NR(18, 2) = 3: NR(19, 2) = 1: NR(20, 2) = 3  
NR(21, 2) = 1: NR(22, 2) = 3: NR(23, 2) = 1: NR(24, 2) = 3  
NR(25, 2) = 3: NR(26, 2) = 1: NR(27, 2) = 3: NR(28, 2) = 1  
NR(29, 2) = 3: NR(30, 2) = 1: NR(31, 2) = 3: NR(32, 2) = 1  
NR(33, 2) = 1: NR(34, 2) = 3: NR(35, 2) = 1: NR(36, 2) = 3  
NR(37, 2) = 1: NR(38, 2) = 3: NR(39, 2) = 1: NR(40, 2) = 3  
NR(41, 2) = 3: NR(42, 2) = 1: NR(43, 2) = 3: NR(44, 2) = 1  
NR(45, 2) = 3: NR(46, 2) = 1: NR(47, 2) = 3: NR(48, 2) = 1  
NR(49, 2) = 1: NR(50, 2) = 3: NR(51, 2) = 1

NR(1, 3) = 1: NR(2, 3) = 5: NR(3, 3) = 7: NR(4, 3) = 7  
NR(5, 3) = 5: NR(6, 3) = 1: NR(7, 3) = 3: NR(8, 3) = 3  
NR(9, 3) = 7: NR(10, 3) = 5: NR(11, 3) = 5: NR(12, 3) = 7  
NR(13, 3) = 7: NR(14, 3) = 1: NR(15, 3) = 3: NR(16, 3) = 3  
NR(17, 3) = 7: NR(18, 3) = 5: NR(19, 3) = 1: NR(20, 3) = 1  
NR(21, 3) = 5: NR(22, 3) = 3: NR(23, 3) = 3: NR(24, 3) = 1  
NR(25, 3) = 7: NR(26, 3) = 5: NR(27, 3) = 1: NR(28, 3) = 3  
NR(29, 3) = 3: NR(30, 3) = 7: NR(31, 3) = 5: NR(32, 3) = 1  
NR(33, 3) = 1: NR(34, 3) = 5: NR(35, 3) = 7: NR(36, 3) = 7  
NR(37, 3) = 5: NR(38, 3) = 1: NR(39, 3) = 3: NR(40, 3) = 3  
NR(41, 3) = 7: NR(42, 3) = 5: NR(43, 3) = 5: NR(44, 3) = 7  
NR(45, 3) = 7: NR(46, 3) = 1: NR(47, 3) = 3: NR(48, 3) = 3  
NR(49, 3) = 7: NR(50, 3) = 5: NR(51, 3) = 1

NR(1, 4) = 1: NR(2, 4) = 15: NR(3, 4) = 11: NR(4, 4) = 5  
NR(5, 4) = 3: NR(6, 4) = 1: NR(7, 4) = 7: NR(8, 4) = 9  
NR(9, 4) = 13: NR(10, 4) = 11: NR(11, 4) = 1: NR(12, 4) = 3  
NR(13, 4) = 7: NR(14, 4) = 9: NR(15, 4) = 5: NR(16, 4) = 13  
NR(17, 4) = 13: NR(18, 4) = 11: NR(19, 4) = 3: NR(20, 4) = 15  
NR(21, 4) = 5: NR(22, 4) = 3: NR(23, 4) = 15: NR(24, 4) = 7  
NR(25, 4) = 9: NR(26, 4) = 13: NR(27, 4) = 9: NR(28, 4) = 1  
NR(29, 4) = 11: NR(30, 4) = 7: NR(31, 4) = 5: NR(32, 4) = 15  
NR(33, 4) = 1: NR(34, 4) = 15: NR(35, 4) = 11: NR(36, 4) = 5  
NR(37, 4) = 3: NR(38, 4) = 1: NR(39, 4) = 7: NR(40, 4) = 9  
NR(41, 4) = 13: NR(42, 4) = 11: NR(43, 4) = 1: NR(44, 4) = 3  
NR(45, 4) = 7: NR(46, 4) = 9: NR(47, 4) = 5: NR(48, 4) = 13  
NR(49, 4) = 13: NR(50, 4) = 11: NR(51, 4) = 3

NR(1, 5) = 1: NR(2, 5) = 17: NR(3, 5) = 13: NR(4, 5) = 7  
NR(5, 5) = 15: NR(6, 5) = 9: NR(7, 5) = 31: NR(8, 5) = 9  
NR(9, 5) = 3: NR(10, 5) = 27: NR(11, 5) = 15: NR(12, 5) = 29  
NR(13, 5) = 21: NR(14, 5) = 23: NR(15, 5) = 19: NR(16, 5) = 11  
NR(17, 5) = 25: NR(18, 5) = 7: NR(19, 5) = 13: NR(20, 5) = 17

## Продолжение приложения А

NR(21, 5) = 1: NR(22, 5) = 25: NR(23, 5) = 29: NR(24, 5) = 3  
NR(25, 5) = 31: NR(26, 5) = 11: NR(27, 5) = 5: NR(28, 5) = 23  
NR(29, 5) = 27: NR(30, 5) = 19: NR(31, 5) = 21: NR(32, 5) = 5  
NR(33, 5) = 1: NR(34, 5) = 17: NR(35, 5) = 13: NR(36, 5) = 7  
NR(37, 5) = 15: NR(38, 5) = 9: NR(39, 5) = 31: NR(40, 5) = 9  
NR(41, 5) = 3: NR(42, 5) = 27: NR(43, 5) = 15: NR(44, 5) = 29  
NR(45, 5) = 21: NR(46, 5) = 23: NR(47, 5) = 19: NR(48, 5) = 11  
NR(49, 5) = 25: NR(50, 5) = 7: NR(51, 5) = 13

NR(1, 6) = 1: NR(2, 6) = 51: NR(3, 6) = 61: NR(4, 6) = 43  
NR(5, 6) = 51: NR(6, 6) = 59: NR(7, 6) = 47: NR(8, 6) = 57  
NR(9, 6) = 35: NR(10, 6) = 53: NR(11, 6) = 19: NR(12, 6) = 51  
NR(13, 6) = 61: NR(14, 6) = 37: NR(15, 6) = 33: NR(16, 6) = 7  
NR(17, 6) = 5: NR(18, 6) = 11: NR(19, 6) = 39: NR(20, 6) = 63  
NR(21, 6) = 27: NR(22, 6) = 17: NR(23, 6) = 15: NR(24, 6) = 23  
NR(25, 6) = 29: NR(26, 6) = 3: NR(27, 6) = 21: NR(28, 6) = 13  
NR(29, 6) = 31: NR(30, 6) = 25: NR(31, 6) = 9: NR(32, 6) = 49  
NR(33, 6) = 33: NR(34, 6) = 19: NR(35, 6) = 29: NR(36, 6) = 11  
NR(37, 6) = 19: NR(38, 6) = 27: NR(39, 6) = 15: NR(40, 6) = 25  
NR(41, 6) = 3: NR(42, 6) = 21: NR(43, 6) = 51: NR(44, 6) = 19  
NR(45, 6) = 29: NR(46, 6) = 5: NR(47, 6) = 1: NR(48, 6) = 39  
NR(49, 6) = 37: NR(50, 6) = 43: NR(51, 6) = 7

NR(1, 7) = 1: NR(2, 7) = 85: NR(3, 7) = 67: NR(4, 7) = 49  
NR(5, 7) = 125: NR(6, 7) = 25: NR(7, 7) = 109: NR(8, 7) = 43  
NR(9, 7) = 89: NR(10, 7) = 69: NR(11, 7) = 113: NR(12, 7) = 47  
NR(13, 7) = 55: NR(14, 7) = 97: NR(15, 7) = 3: NR(16, 7) = 37  
NR(17, 7) = 83: NR(18, 7) = 103: NR(19, 7) = 27: NR(20, 7) = 13  
NR(21, 7) = 33: NR(22, 7) = 115: NR(23, 7) = 41: NR(24, 7) = 79  
NR(25, 7) = 17: NR(26, 7) = 29: NR(27, 7) = 119: NR(28, 7) = 75  
NR(29, 7) = 73: NR(30, 7) = 105: NR(31, 7) = 7: NR(32, 7) = 59  
NR(33, 7) = 65: NR(34, 7) = 21: NR(35, 7) = 3: NR(36, 7) = 113  
NR(37, 7) = 61: NR(38, 7) = 89: NR(39, 7) = 45: NR(40, 7) = 107  
NR(41, 7) = 25: NR(42, 7) = 5: NR(43, 7) = 49: NR(44, 7) = 111  
NR(45, 7) = 119: NR(46, 7) = 33: NR(47, 7) = 67: NR(48, 7) = 101  
NR(49, 7) = 19: NR(50, 7) = 39: NR(51, 7) = 91

NR(1, 8) = 1: NR(2, 8) = 255: NR(3, 8) = 79: NR(4, 8) = 147  
NR(5, 8) = 141: NR(6, 8) = 89: NR(7, 8) = 173: NR(8, 8) = 43  
NR(9, 8) = 9: NR(10, 8) = 25: NR(11, 8) = 115: NR(12, 8) = 97  
NR(13, 8) = 19: NR(14, 8) = 97: NR(15, 8) = 197: NR(16, 8) = 101  
NR(17, 8) = 255: NR(18, 8) = 29: NR(19, 8) = 203: NR(20, 8) = 65  
NR(21, 8) = 195: NR(22, 8) = 177: NR(23, 8) = 105: NR(24, 8) = 17  
NR(25, 8) = 47: NR(26, 8) = 169: NR(27, 8) = 109: NR(28, 8) = 149  
NR(29, 8) = 15: NR(30, 8) = 213: NR(31, 8) = 135: NR(32, 8) = 253  
NR(33, 8) = 191: NR(34, 8) = 155: NR(35, 8) = 175: NR(36, 8) = 63  
NR(37, 8) = 47: NR(38, 8) = 7: NR(39, 8) = 23: NR(40, 8) = 39  
NR(41, 8) = 55: NR(42, 8) = 71: NR(43, 8) = 87: NR(44, 8) = 103  
NR(45, 8) = 119: NR(46, 8) = 135: NR(47, 8) = 153: NR(48, 8) = 169  
NR(49, 8) = 185: NR(50, 8) = 201: NR(51, 8) = 217

## Продолжение приложения А

NR(1, 9) = 1: NR(2, 9) = 257: NR(3, 9) = 465: NR(4, 9) = 439  
NR(5, 9) = 177: NR(6, 9) = 321: NR(7, 9) = 181: NR(8, 9) = 225  
NR(9, 9) = 235: NR(10, 9) = 103: NR(11, 9) = 411: NR(12, 9) = 233  
NR(13, 9) = 59: NR(14, 9) = 353: NR(15, 9) = 329: NR(16, 9) = 463  
NR(17, 9) = 385: NR(18, 9) = 111: NR(19, 9) = 475: NR(20, 9) = 451  
NR(21, 9) = 263: NR(22, 9) = 19: NR(23, 9) = 249: NR(24, 9) = 275  
NR(25, 9) = 369: NR(26, 9) = 393: NR(27, 9) = 167: NR(28, 9) = 333  
NR(29, 9) = 473: NR(30, 9) = 469: NR(31, 9) = 101: NR(32, 9) = 21  
NR(33, 9) = 451: NR(34, 9) = 229: NR(35, 9) = 247: NR(36, 9) = 297  
NR(37, 9) = 403: NR(38, 9) = 497: NR(39, 9) = 61: NR(40, 9) = 361  
NR(41, 9) = 215: NR(42, 9) = 393: NR(43, 9) = 125: NR(44, 9) = 285  
NR(45, 9) = 501: NR(46, 9) = 277: NR(47, 9) = 199: NR(48, 9) = 301  
NR(49, 9) = 19: NR(50, 9) = 83: NR(51, 9) = 351

NR(1, 10) = 1: NR(2, 10) = 771: NR(3, 10) = 721: NR(4, 10) = 1013  
NR(5, 10) = 759: NR(6, 10) = 835: NR(7, 10) = 949: NR(8, 10) = 113  
NR(9, 10) = 929: NR(10, 10) = 615: NR(11, 10) = 157: NR(12, 10) = 39  
NR(13, 10) = 761: NR(14, 10) = 169: NR(15, 10) = 983: NR(16, 10) = 657  
NR(17, 10) = 647: NR(18, 10) = 581: NR(19, 10) = 505: NR(20, 10) = 833  
NR(21, 10) = 139: NR(22, 10) = 147: NR(23, 10) = 203: NR(24, 10) = 81  
NR(25, 10) = 337: NR(26, 10) = 829: NR(27, 10) = 989: NR(28, 10) = 375  
NR(29, 10) = 365: NR(30, 10) = 131: NR(31, 10) = 215: NR(32, 10) = 733  
NR(33, 10) = 451: NR(34, 10) = 447: NR(35, 10) = 177: NR(36, 10) = 57  
NR(37, 10) = 471: NR(38, 10) = 979: NR(39, 10) = 197: NR(40, 10) = 251  
NR(41, 10) = 517: NR(42, 10) = 137: NR(43, 10) = 567: NR(44, 10) = 1021  
NR(45, 10) = 167: NR(46, 10) = 877: NR(47, 10) = 929: NR(48, 10) = 269  
NR(49, 10) = 327: NR(50, 10) = 997: NR(51, 10) = 91

NR(1, 11) = 1: NR(2, 11) = 1285: NR(3, 11) = 823: NR(4, 11) = 727  
NR(5, 11) = 267: NR(6, 11) = 833: NR(7, 11) = 471: NR(8, 11) = 1601  
NR(9, 11) = 1341: NR(10, 11) = 913: NR(11, 11) = 1725: NR(12, 11) = 2021  
NR(13, 11) = 1905: NR(14, 11) = 375: NR(15, 11) = 893: NR(16, 11) = 1599  
NR(17, 11) = 415: NR(18, 11) = 605: NR(19, 11) = 819: NR(20, 11) = 975  
NR(21, 11) = 915: NR(22, 11) = 1715: NR(23, 11) = 1223: NR(24, 11) = 1367  
NR(25, 11) = 663: NR(26, 11) = 629: NR(27, 11) = 525: NR(28, 11) = 469  
NR(29, 11) = 981: NR(30, 11) = 1667: NR(31, 11) = 1587: NR(32, 11) = 1251  
NR(33, 11) = 451: NR(34, 11) = 481: NR(35, 11) = 721: NR(36, 11) = 483  
NR(37, 11) = 1209: NR(38, 11) = 1457: NR(39, 11) = 415: NR(40, 11) = 1435  
NR(41, 11) = 725: NR(42, 11) = 861: NR(43, 11) = 41: NR(44, 11) = 1619  
NR(45, 11) = 1579: NR(46, 11) = 1701: NR(47, 11) = 869: NR(48, 11) = 1151  
NR(49, 11) = 1897: NR(50, 11) = 1679: NR(51, 11) = 1355

NR(1, 12) = 1: NR(2, 12) = 3855: NR(3, 12) = 4091: NR(4, 12) = 987  
NR(5, 12) = 1839: NR(6, 12) = 4033: NR(7, 12) = 2515: NR(8, 12) = 579  
NR(9, 12) = 3863: NR(10, 12) = 977: NR(11, 12) = 3463: NR(12, 12) = 2909  
NR(13, 12) = 3379: NR(14, 12) = 1349: NR(15, 12) = 3739: NR(16, 12) = 347  
NR(17, 12) = 387: NR(18, 12) = 2381: NR(19, 12) = 2821: NR(20, 12) = 1873  
NR(21, 12) = 1959: NR(22, 12) = 1929: NR(23, 12) = 2389: NR(24, 12) = 3251  
NR(25, 12) = 1149: NR(26, 12) = 243: NR(27, 12) = 3609: NR(28, 12) = 1131  
NR(29, 12) = 1701: NR(30, 12) = 143: NR(31, 12) = 1339: NR(32, 12) = 3497  
NR(33, 12) = 2499: NR(34, 12) = 1571: NR(35, 12) = 983: NR(36, 12) = 4021

## Продолжение приложения А

NR(37, 12) = 1625: NR(38, 12) = 3217: NR(39, 12) = 1163: NR(40, 12) = 2977  
NR(41, 12) = 3391: NR(42, 12) = 675: NR(43, 12) = 3093: NR(44, 12) = 1495  
NR(45, 12) = 3443: NR(46, 12) = 557: NR(47, 12) = 675: NR(48, 12) = 1489  
NR(49, 12) = 2303: NR(50, 12) = 3925: NR(51, 12) = 3705

NR(1, 13) = 1: NR(2, 13) = 4369: NR(3, 13) = 4125: NR(4, 13) = 5889  
NR(5, 13) = 6929: NR(6, 13) = 3913: NR(7, 13) = 6211: NR(8, 13) = 1731  
NR(9, 13) = 1347: NR(10, 13) = 6197: NR(11, 13) = 2817: NR(12, 13) = 5459  
NR(13, 13) = 8119: NR(14, 13) = 5121: NR(15, 13) = 7669: NR(16, 13) = 2481  
NR(17, 13) = 7101: NR(18, 13) = 2677: NR(19, 13) = 1405: NR(20, 13) = 7423  
NR(21, 13) = 725: NR(22, 13) = 2465: NR(23, 13) = 471: NR(24, 13) = 2887  
NR(25, 13) = 1715: NR(26, 13) = 5595: NR(27, 13) = 5689: NR(28, 13) = 441  
NR(29, 13) = 3169: NR(30, 13) = 4485: NR(31, 13) = 6311: NR(32, 13) = 3557  
NR(33, 13) = 483: NR(34, 13) = 3781: NR(35, 13) = 3195: NR(36, 13) = 5213  
NR(37, 13) = 5085: NR(38, 13) = 185: NR(39, 13) = 7323: NR(40, 13) = 1713  
NR(41, 13) = 4021: NR(42, 13) = 5875: NR(43, 13) = 5363: NR(44, 13) = 4977  
NR(45, 13) = 5441: NR(46, 13) = 1779: NR(47, 13) = 6777: NR(48, 13) = 287  
NR(49, 13) = 6919: NR(50, 13) = 1517: NR(51, 13) = 1875

NR(1, 14) = 1: NR(2, 14) = 13107: NR(3, 14) = 4141: NR(4, 14) = 6915  
NR(5, 14) = 16241: NR(6, 14) = 11643: NR(7, 14) = 2147: NR(8, 14) = 11977  
NR(9, 14) = 4417: NR(10, 14) = 14651: NR(11, 14) = 9997: NR(12, 14) = 2615  
NR(13, 14) = 13207: NR(14, 14) = 13313: NR(15, 14) = 2671: NR(16, 14) = 5201  
NR(17, 14) = 11469: NR(18, 14) = 14855: NR(19, 14) = 12165: NR(20, 14) = 5837  
NR(21, 14) = 5387: NR(22, 14) = 12483: NR(23, 14) = 12945: NR(24, 14) = 1279  
NR(25, 14) = 187: NR(26, 14) = 8133: NR(27, 14) = 11819: NR(28, 14) = 14471  
NR(29, 14) = 7615: NR(30, 14) = 2981: NR(31, 14) = 4081: NR(32, 14) = 7223  
NR(33, 14) = 11843: NR(34, 14) = 10799: NR(35, 14) = 9277: NR(36, 14) = 2031  
NR(37, 14) = 15371: NR(38, 14) = 6603: NR(39, 14) = 7563: NR(40, 14) = 11617  
NR(41, 14) = 4129: NR(42, 14) = 12061: NR(43, 14) = 3471: NR(44, 14) = 15919  
NR(45, 14) = 1097: NR(46, 14) = 10369: NR(47, 14) = 14343: NR(48, 14) = 8475  
NR(49, 14) = 16139: NR(50, 14) = 305: NR(51, 14) = 7621

NR(1, 15) = 1: NR(2, 15) = 21845: NR(3, 15) = 28723: NR(4, 15) = 16647  
NR(5, 15) = 16565: NR(6, 15) = 18777: NR(7, 15) = 3169: NR(8, 15) = 7241  
NR(9, 15) = 5087: NR(10, 15) = 2507: NR(11, 15) = 7451: NR(12, 15) = 13329  
NR(13, 15) = 8965: NR(14, 15) = 19457: NR(15, 15) = 18391: NR(16, 15) = 3123  
NR(17, 15) = 11699: NR(18, 15) = 721: NR(19, 15) = 709: NR(20, 15) = 20481  
NR(21, 15) = 19285: NR(22, 15) = 13057: NR(23, 15) = 32321: NR(24, 15) = 4865  
NR(25, 15) = 12285: NR(26, 15) = 4929: NR(27, 15) = 15889: NR(28, 15) = 12625  
NR(29, 15) = 8405: NR(30, 15) = 12593: NR(31, 15) = 28637: NR(32, 15) = 13425  
NR(33, 15) = 28285: NR(34, 15) = 15893: NR(35, 15) = 15405: NR(36, 15) = 4677  
NR(37, 15) = 19493: NR(38, 15) = 1129: NR(39, 15) = 25321: NR(40, 15) = 14979  
NR(41, 15) = 4099: NR(42, 15) = 25469: NR(43, 15) = 17589: NR(44, 15) = 6731  
NR(45, 15) = 13483: NR(46, 15) = 15325: NR(47, 15) = 18465: NR(48, 15) = 6926  
NR(49, 15) = 16677: NR(50, 15) = 21765: NR(51, 15) = 4381

NR(1, 16) = 1: NR(2, 16) = 65535: NR(3, 16) = 45311: NR(4, 16) = 49925  
NR(5, 16) = 17139: NR(6, 16) = 35225: NR(7, 16) = 35873: NR(8, 16) = 63609  
NR(9, 16) = 12631: NR(10, 16) = 27109: NR(11, 16) = 12055: NR(12, 16) = 35887

## Продолжение приложения А

NR(13, 16) = 9997: NR(14, 16) = 1033: NR(15, 16) = 31161: NR(16, 16) = 32253  
NR(17, 16) = 15865: NR(18, 16) = 26903: NR(19, 16) = 41543: NR(20, 16) = 12291  
NR(21, 16) = 5165: NR(22, 16) = 28931: NR(23, 16) = 29377: NR(24, 16) = 64771  
NR(25, 16) = 53631: NR(26, 16) = 10817: NR(27, 16) = 48083: NR(28, 16) = 8881  
NR(29, 16) = 41135: NR(30, 16) = 60913: NR(31, 16) = 60935: NR(32, 16) = 58577  
NR(33, 16) = 12029: NR(34, 16) = 959: NR(35, 16) = 19637: NR(36, 16) = 26607  
NR(37, 16) = 56445: NR(38, 16) = 36087: NR(39, 16) = 52563: NR(40, 16) = 5455

NR(41, 16) = 12345: NR(42, 16) = 47423: NR(43, 16) = 50131: NR(44, 16) = 43771  
NR(45, 16) = 58779: NR(46, 16) = 33331: NR(47, 16) = 63615: NR(48, 16) = 46013  
NR(49, 16) = 34579: NR(50, 16) = 45827: NR(51, 16) = 9079

NR(1, 17) = 1: NR(2, 17) = 65537: NR(3, 17) = 53505: NR(4, 17) = 116487  
NR(5, 17) = 82207: NR(6, 17) = 102401: NR(7, 17) = 33841: NR(8, 17) = 81003  
NR(9, 17) = 103445: NR(10, 17) = 5205: NR(11, 17) = 44877: NR(12, 17) = 97323  
NR(13, 17) = 75591: NR(14, 17) = 62487: NR(15, 17) = 12111: NR(16, 17) = 78043  
NR(17, 17) = 49173: NR(18, 17) = 100419: NR(19, 17) = 57545: NR(20, 17) = 86017  
NR(21, 17) = 27985: NR(22, 17) = 54019: NR(23, 17) = 127427: NR(24, 17) = 24321  
NR(25, 17) = 110851: NR(26, 17) = 8261: NR(27, 17) = 67537: NR(28, 17) = 34707  
NR(29, 17) = 106823: NR(30, 17) = 15703: NR(31, 17) = 94129: NR(32, 17) = 69521  
NR(33, 17) = 86021: NR(34, 17) = 19793: NR(35, 17) = 87283: NR(36, 17) = 20931  
NR(37, 17) = 26369: NR(38, 17) = 66817: NR(39, 17) = 37745: NR(40, 17) = 68289  
NR(41, 17) = 102733: NR(42, 17) = 29505: NR(43, 17) = 33137: NR(44, 17) = 23313  
NR(45, 17) = 36561: NR(46, 17) = 118321: NR(47, 17) = 43349: NR(48, 17) = 52785  
NR(49, 17) = 120981: NR(50, 17) = 91157: NR(51, 17) = 94533

NR(1, 18) = 1: NR(2, 18) = 196611: NR(3, 18) = 250113: NR(4, 18) = 83243  
NR(5, 18) = 50979: NR(6, 18) = 45059: NR(7, 18) = 99889: NR(8, 18) = 15595  
NR(9, 18) = 152645: NR(10, 18) = 91369: NR(11, 18) = 24895: NR(12, 18) = 83101  
NR(13, 18) = 226659: NR(14, 18) = 250917: NR(15, 18) = 259781: NR(16, 18) = 63447  
NR(17, 18) = 147489: NR(18, 18) = 206167: NR(19, 18) = 77163: NR(20, 18) = 12303  
NR(21, 18) = 69809: NR(22, 18) = 21251: NR(23, 18) = 103759: NR(24, 18) = 42247  
NR(25, 18) = 4357: NR(26, 18) = 189901: NR(27, 18) = 63993: NR(28, 18) = 85105  
NR(29, 18) = 107847: NR(30, 18) = 26967: NR(31, 18) = 109273: NR(32, 18) = 217151  
NR(33, 18) = 217093: NR(34, 18) = 213491: NR(35, 18) = 186143: NR(36, 18) = 54345  
NR(37, 18) = 27399: NR(38, 18) = 98051: NR(39, 18) = 81777: NR(40, 18) = 209987

NR(41, 18) = 21287: NR(42, 18) = 124097: NR(43, 18) = 98739: NR(44, 18) = 151281  
NR(45, 18) = 116819: NR(46, 18) = 59665: NR(47, 18) = 30799: NR(48, 18) = 75249  
NR(49, 18) = 239693: NR(50, 18) = 113679: NR(51, 18) = 37261

NR(1, 19) = 1: NR(2, 19) = 327685: NR(3, 19) = 276231: NR(4, 19) = 116529:  
NR(5, 19) = 252717: NR(6, 19) = 36865: NR(7, 19) = 247315: NR(8, 19) = 144417  
NR(9, 19) = 130127: NR(10, 19) = 302231: NR(11, 19) = 508255: NR(12, 19) = 320901  
NR(13, 19) = 187499: NR(14, 19) = 234593: NR(15, 19) = 36159: NR(16, 19) = 508757  
NR(17, 19) = 81991: NR(18, 19) = 241771: NR(19, 19) = 357231: NR(20, 19) = 299025  
NR(21, 19) = 128325: NR(22, 19) = 62233: NR(23, 19) = 472541: NR(24, 19) = 338691  
NR(25, 19) = 153347: NR(26, 19) = 255947: NR(27, 19) = 336469: NR(28, 19) = 479495  
NR(29, 19) = 339031: NR(30, 19) = 507907: NR(31, 19) = 475921: NR(32, 19) = 424277  
NR(33, 19) = 348165: NR(34, 19) = 377941: NR(35, 19) = 343297: NR(36, 19) = 259163  
NR(37, 19) = 521499: NR(38, 19) = 451841: NR(39, 19) = 235347: NR(40, 19) = 346179

## Продолжение приложения А

NR(41, 19) = 128115: NR(42, 19) = 444613: NR(43, 19) = 361365: NR(44, 19) = 270519  
NR(45, 19) = 420599: NR(46, 19) = 498897: NR(47, 19) = 322567: NR(48, 19) = 14035  
NR(49, 19) = 73299: NR(50, 19) = 204881: NR(51, 19) = 431301

NR(1, 20) = 1: NR(2, 20) = 983055: NR(3, 20) = 326411: NR(4, 20) = 715667  
NR(5, 20) = 851901: NR(6, 20) = 299009: NR(7, 20) = 1032727: NR(8, 20) = 685617  
NR(9, 20) = 775365: NR(10, 20) = 172023: NR(11, 20) = 574033: NR(12, 20) = 810643

NR(13, 20) = 628265: NR(14, 20) = 308321: NR(15, 20) = 232401: NR(16, 20) = 974837  
NR(17, 20) = 802875: NR(18, 20) = 987201: NR(19, 20) = 378135: NR(20, 20) = 774207  
NR(21, 20) = 164575: NR(22, 20) = 248081: NR(23, 20) = 1008719: NR(24, 20) = 599831  
NR(25, 20) = 671033: NR(26, 20) = 734787: NR(27, 20) = 749285: NR(28, 20) = 911133  
NR(29, 20) = 977907: NR(30, 20) = 344073: NR(31, 20) = 281389: NR(32, 20) = 789985  
NR(33, 20) = 176165: NR(34, 20) = 414943: NR(35, 20) = 1041185: NR(36, 20) = 741087  
NR(37, 20) = 132383: NR(38, 20) = 175361: NR(39, 20) = 539895: NR(40, 20) = 521289  
NR(41, 20) = 20689: NR(42, 20) = 430923: NR(43, 20) = 426737: NR(44, 20) = 11187  
NR(45, 20) = 998391: NR(46, 20) = 494137: NR(47, 20) = 939017: NR(48, 20) = 507165  
NR(49, 20) = 863545: NR(50, 20) = 761911: NR(51, 20) = 176455

End Sub

---

Private Function DrobNom(X As Double) As Double

'работает совместно с LPtau

'дробная часть числа

'01.04.01

DrobNom = X - IntNom(X)

End Function

---

Public Function IntNom(dblNumber As Double) As Long

'определение целой части числа

'дробная часть отбрасывается

'01.04.01

Dim lngCIntNom As Long

Dim dblRasNom As Double

lngCIntNom = CLng(dblNumber)

dblRasNom = dblNumber - lngCIntNom

If lngCIntNom = 0 Then

IntNom = 0

ElseIf dblRasNom < 0 Then

IntNom = dblNumber - (1 + dblRasNom)

ElseIf dblRasNom > 0 Then

IntNom = dblNumber - dblRasNom

Else

IntNom = lngCIntNom

End If

End Function